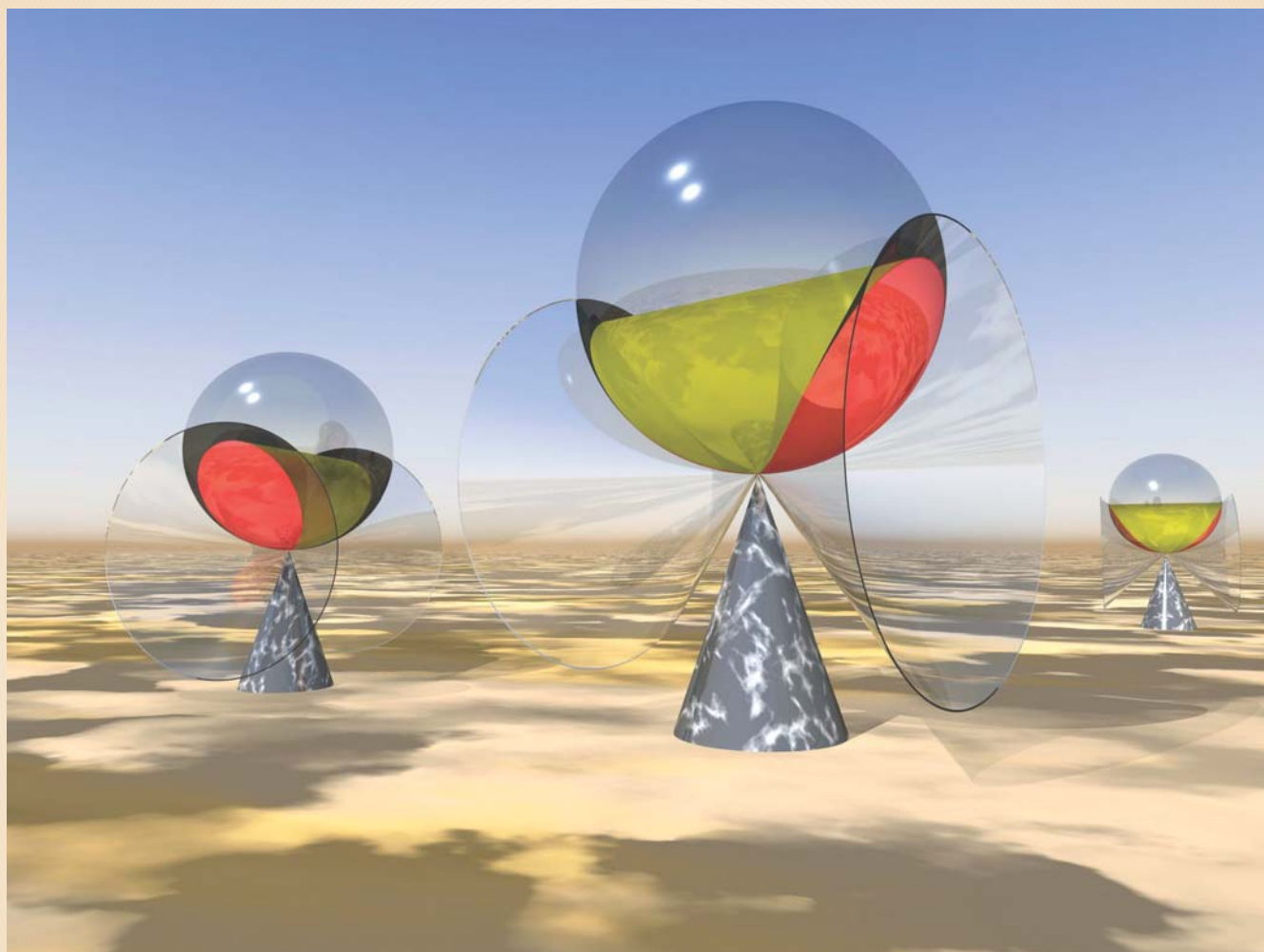


Quadrature

Magazine de mathématiques pures et épicées

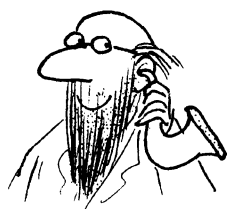
La mathématique ouvre plus d'une fenêtre sur plus d'un monde



- ◆ Mots, maths et histoire ◆
- ◆ Étude de familles de polynômes (II) ◆
- ◆ Poincaré homme de lettres ◆
- ◆ Insécurité cryptographique ◆
 - ◆ Échecs hétérodoxes ◆
 - ◆ Coin des problèmes ◆
 - ◆ Symétries cachées ◆

n° **57**
Magazine trimestriel
Juillet–Septembre 2005
ISSN 1142-2785 – 8 Euros


EDP
SCIENCES



FORUM

quadrature@edpsciences.org

Image de couv

L'image de couverture représente trois « tours » schématisant la construction de la *courbe de Viviani*. Celle-ci est l'intersection d'une sphère de rayon R avec un cylindre de révolution de diamètre R dont une génératrice passe par le centre de la sphère. On a également représenté le cône de révolution, dont l'axe est une génératrice du cylindre, sur laquelle cette courbe est aussi tracée, ainsi qu'un support conique à des fins purement esthétiques.

L'image a été réalisée à l'aide POV-Ray, *free-ware* sous copyright disponible pour les principaux systèmes d'exploitation (Windows, MacOS, Linux, Unix...)¹.

Quelques lignes de Fabien Mosen, l'auteur de la documentation française², permettent de bien cerner ce logiciel :

Connu en français sous le nom de « lancer de rayons », « tracé de rayons » ou encore « suivi de rayons », le ray-tracing est une technique de rendu d'images photo-réalistes, dont les algorithmes utilisent – autant que possible – les propriétés optiques des lumières, objets et matériaux.

POV-Ray fonctionne grâce à un système de scripts, devenu au fil des années un véritable langage de programmation. À partir de scripts, simples fichiers textes contenant des descriptions d'objets, de textures et de lumières, et portant, par convention, l'extension `.pov`, POV-Ray crée, sur la base d'un certain nombre d'options, des images de synthèse en rendu photo-réaliste.

Ainsi, le ray-tracing est particulièrement adapté lorsqu'il s'agit de simuler des phénomènes tels que la réflexion (surfaces réfléchissantes) et la réfraction (déformations dans des milieux comme l'eau ou le verre).

Ma propre expérience montre qu'il est assez facile de commencer et d'obtenir des résultats déjà surprenants, mais que beaucoup de tâtonnements et de travail sont nécessaires pour explorer les innombrables possibilités de cet étonnant logiciel !

Ici, la transparence de la sphère et du cône ont été choisies de façon à bien visualiser la courbe et les différentes surfaces mises en jeu. Une macro décrit la

tour (éléments géométriques, textures, couleurs...); elle est appelée trois fois pour créer les tours qui sont placées et orientées à notre convenance.

Alain Esculier

MATH.en.JEANS

Qu'est ce que les mathématiques ? À quoi servent-elles ? Comment développer le goût de l'effort et de l'étude ? Comment construire une école qui, sans exclusion, forme et émancipe ? Telles sont les questions que pose l'Association MATH.en.JEANS.

Chaque année, des collégiens et des lycéens sont invités à travailler ensemble, épaulés par un chercheur, sur des sujets de mathématiques ouverts dont ils dégagent eux-mêmes les problématiques. Une méthode d'apprentissage qui tranche radicalement avec les formes classiques de l'enseignement du secondaire. Et la formule marche, le seizième congrès³ « Altermathématiques » en fait la démonstration.

Le congrès se déroule pendant quatre jours, du 1^{er} au 4 avril 2005, à Jussieu, dans les locaux des universités Pierre et Marie Curie (Paris 6) et Denis Diderot (Paris 7). Il réunit, à travers divers ateliers, exposés, rencontres, des enseignants, des chercheurs, des lycéens et des collégiens.

Samedi matin, 9h, agitation inhabituelle devant Jussieu : lycéens et collégiens de France, garçons et filles, investissent le campus de Jussieu. Ils viennent présenter le fruit de leur recherche.

À l'intérieur du bâtiment Esclançon, on perçoit l'excitation jusque dans les caves. Chaque groupe s'affaire autour de sa table. Travaux pratiques – découpages, dessins pour les préparatifs de posters – ou plus intellectuels – calculs sur des coins de feuilles, révisions des démonstrations. Dernières explications du chercheur à l'élève : « je te réécris le théorème avec les bonnes hypothèses : c'est très important les hypothèses, autant que l'énoncé ! ». Puis on se calme : les premiers exposés sont lancés. Chacun prend place dans un des amphithéâtres. « Ouah ! Un amphi ! ». Le congrès prend la forme d'un séminaire de chercheurs professionnels.

Les élèves comprennent vite les usages et le vocabulaire de la profession : les conjectures sont formulées, les perspectives proposées, les exposés applaudis ! Et si vendredi, premier jour du congrès, les volontaires ne se bousculaient pas pour poser des questions, aujourd'hui, les langues se délient ! Les

¹ <http://www.povray.org>.

² <http://users.skynet.be/bs936509/povfr/index.htm>.

³ <http://palais.math.audin.free.fr/moniteurs/chiffres.htm>.

élèves usent leurs culottes sur les bancs de l'université. Les pieds des plus petits ne touchent pas toujours le sol. À la tribune, tous prennent de l'assurance et du plaisir. Certaines présentations⁴ deviennent de véritables spectacles théâtraux. Les élèves acquièrent un nouveau langage, avec lequel ils peuvent penser mais aussi captiver et faire rire.

Durant les prestations, ils font part de leurs intuitions, expliquent leur démarche. Si l'assistance est toujours très concentrée, les réactions sont néanmoins contrastées. Il faut parfois expliquer à nouveau. Les plus jeunes peinent un peu : « pfff ! c'est trop dur ». Les plus grands leur expliquent le principe d'un raisonnement par récurrence. La richesse du contenu scientifique et méthodologique des travaux présentés est réelle. Bien sûr, on ne sait pas toujours comment conclure : « bon ben voilà, on n'a plus rien à dire ! ben on va présenter le groupe qui nous précède ! euh, qui nous succède », ni comment commencer !

L'énoncé des problèmes⁵ est parfois formulé un peu rapidement, les exposants se lançant trop vite dans le cœur des démonstrations. Il n'est pas toujours aisé d'assimiler les règles de certains jeux mathématiques présentés. Mais si, par chance, vous en comprenez le principe, vous êtes inmanquablement saisi par l'ingéniosité des raisonnements développés. Ainsi, pour la présentation de l'Orbix, durant laquelle la notion de commutativité d'opération est très habilement utilisée pour montrer l'existence d'une solution en moins de douze coups. Parmi les jeux présentés, on trouve aussi le Décadex auxquels les collégiens, partagés en deux groupes, s'initient dans un autre amphithéâtre. La partie commence doucement, les stratégies s'élaborent, calmement d'abord, puis les discussions s'animent : il s'agit de prendre des décisions communes, d'expliquer ses choix, de convaincre ses partenaires. Ce n'est pas une mince affaire : un vrai travail d'équipe. La passion du jeu nous prend tous au piège.

Les chercheurs ne sont pas en reste. Eux aussi présentent leur travail. Stéphane Fischler, ancien par-

ticipant de MATH.en.JEANS aujourd'hui maître de conférence, nous parle d'équations en nombres entiers. Séverine Leidwanger nous initie à la théorie des représentations de groupes grâce à des objets simples, quoique. . . Nous sommes parfois un peu perdus. Mais dans une troisième conférence, Stéphane Labbé nous aide à trouver le nord par les mathématiques.

Dans un autre amphithéâtre, une rencontre élèves-chercheurs est organisée. Les élèves ont parfois à faire face à l'incompréhension de leurs camarades quant à leur attrait pour les mathématiques, leur participation aux ateliers de MATH.en.JEANS. Ils interrogent les chercheurs sur ce thème. Ca n'est pas facile de répondre. Il est vrai que le métier de chercheur est solitaire. Il est vrai aussi que les mathématiques, utilisées comme moyens de sélection, souffrent de ce statut et ont du mal à s'imposer, aux yeux de nombreux élèves, comme le lieu d'une réflexion pure, détachée de toute référence au réel. Cela nous conduit à une autre question : les maths servent-elles à quelque chose ? Là encore, rien n'est catégorique. Les mathématiques

sont utilisées dans notre vie quotidienne. C'est incontestable. Les téléphones portables en sont la preuve. Mais l'intérêt des mathématiques ne réside pas seulement dans leur utilité. Les mathématiques sont une construction humaine, une construction de l'esprit, autonome. À ce titre certains chercheurs tentent une comparaison entre mathématiques et poésie.

En dehors des amphithéâtres, il se passe aussi des choses. Toute la journée, il faut assurer une permanence à son stand où chaque exposé est expliqué sur des affiches. Et ici, l'enthousiasme est grand. Les élèves ont pris de l'assurance⁶. Ils sont bien décidés à nous convaincre. Nous le sommes. Dans les « caves » de Jussieu, on ne trouve pas de vin, mais, entre autres stands, celui des lycéens de Bordeaux et de Le Taillan-Médoc : « la marche de l'ivrogne ». « Vous voulez qu'on vous explique notre travail ? ». Et c'est parti pour une promenade aléatoire dans \mathbb{Z}^2 , une initiation aux probabilités. Et même si on ne parle pas de marche aléatoire récurrente, quand on demande quelles sont les chances de l'ivrogne de retrouver sa maison, on nous assure qu'elles sont très bonnes !

Pour finir, quand on interroge les participants, si on trouve quelques voix pour dire que la participation au congrès est trop contraignante, la plupart sont conquis et souhaitent signer pour une deuxième année. Il y a d'ailleurs déjà des aficionados. MATH.en.JEANS a ses habitués. Au stand « Chez



Concentration (DR).

⁴ <http://palais.math.audin.free.fr/moniteurs/theatre.htm>.

⁵ <http://palais.math.audin.free.fr/moniteurs/enonces.htm>.

⁶ <http://palais.math.audin.free.fr/moniteurs/phrases.htm>.

Stella, la meilleure table du congrès », qui présente le Jeu de Nim, et au stand « kaléidoscope », on affirme qu'on souhaite remettre ça. Et les raisons invoquées ne sont pas seulement la convivialité et le goût pour les jeux mathématiques. Au plaisir de recherche se mêle celui de pouvoir se « balader » dans l'université, d'exposer dans des amphithéâtres, de prendre possession des lieux. Certains n'excluent pas d'y revenir !

Quelques concerts de salsa, de musiques latines et de jazz, concluent la seconde journée. Finalement, de nombreuses conjectures auront été formulées, témoignant ainsi de la fécondité des travaux réalisés par les intervenants. Certes, nombreuses sont celles qui ne résisteront pas à l'assaut de contre-exemples mais peu importe. Le travail est là. Le plaisir aussi. Le congrès aura démontré que René Cori ne se trompait pas en affirmant qu'« on peut prendre son pied en faisant des maths ».

Manon Defosseux, Marie Dellinger, Zakaria Hachemaoui, Daniel Juteau, Racem Mellouli

X-UPS 2005

Les Journées X-UPS 2005 de mathématiques se sont déroulées à l'École polytechnique les mercredi 11 et jeudi 12 mai. Cette année, c'est sur la théorie algorithmique des nombres et les équations diophantiennes qu'ont porté les six exposés des Journées.

Devant une soixantaine de professeurs de classes préparatoires très intéressés, Karim Belabas (de l'Université de Paris-Sud) a tout d'abord présenté les bases générales de la théorie algébrique des nombres, puis ses aspects algorithmiques. Guillaume Hanrot (INRIA Lorraine) s'est lui attaché à présenter divers aspects de l'algorithmique des équations diophantiennes, et notamment les méthodes transcendentes. Enfin, Henri Cohen (de l'Université Bordeaux 1) a évoqué les étapes historiques de l'étude de la conjecture énoncée en 1844 par Eugène Catalan (un ancien élève et répétiteur à l'École polytechnique) dans le Journal de Crellé : « Deux nombres entiers consécutifs, autres que 8 et 9, ne peuvent être des puissances exactes, autrement dit l'équation $x^m - y^n = 1$, dans laquelle les inconnues sont entières et positives, n'admet qu'une seule solution ». Les exposés d'Henri Cohen ont en particulier porté sur la très récente (2003) démonstration de ce résultat par Preda Mihailescu.

Des versions préliminaires des conférences ont été rédigées et distribuées aux participants. Les versions définitives seront bientôt disponibles sur la page web

du Centre de Mathématiques Laurent Schwartz⁷ et ultérieurement réunies en un volume publié par les Éditions de l'École polytechnique⁸.

Signalons que le texte de Henri Cohen contient la démonstration complète de la conjecture de Catalan.

Rendez-vous pour les Journées 2006 !

Alain Plagne

Alphanumérisme

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					

Remarques. Pour résoudre cette grille de nombres croisés, il y a toujours un moyen, en étant astucieux, d'éviter de fastidieuses vérifications. Une calculatrice standard peut se révéler pratique. En revanche, le recours à l'informatique est inutile. Un nombre ne peut pas commencer par un zéro.

Cette grille a la particularité d'être symétrique par rapport à la diagonale A1-E5, de sorte que les définitions horizontales suffisent.

Horizontalement. **1.** Bicarré. **2.** Carré à deux près. **3.** Bicarré. **4.** Nombre triangulaire. **5.** Puissance de trois.

*

Les solutions seront données dans le prochain numéro. N'hésitez pas à nous envoyer votre propre jeu alphanumérique accompagné de sa solution (quadrature@edpsciences.org).

Solutions du numéro précédent

8	5	6	2	1
1	5	2	2	6
5	2	5	0	2
2	2	6	5	1
6	0	1	5	0

Bruno Langlois

⁷ <http://www.math.polytechnique.fr/xups/xups.html>.

⁸ <http://www.editions.polytechnique.fr/EditionNew.cfm>.

QUADRATURE

Appel à auteurs

Quadrature, magazine de mathématiques pures et appliquées, **s'adresse aux enseignants, étudiants, ingénieurs, amateurs de mathématiques.**

La plupart des articles requièrent un bon niveau de terminale scientifique ou une première année de premier cycle. Les auteurs sont des mathématiciens, des enseignants et des étudiants...

Quadrature est éclectique : certains articles présentent des mathématiques toutes récentes, tandis que d'autres donnent un nouveau point de vue sur des sujets traditionnels ou encore ressuscitent des questions de géométrie ancienne. On trouve également dans le magazine un **forum**, des **nouvelles**, des **notes de lecture**, des **articles d'histoire des mathématiques** et des **articles de réflexion en relation avec l'actualité**. Enfin, un large « coin des problèmes » permet aux lecteurs de poser des questions, qu'ils en connaissent la réponse ou pas.

Quadrature est ouvert, en particulier aux jeunes. Le magazine publie régulièrement des TPE (travaux personnels encadrés) de terminale et premier cycle d'université.

Vous souhaitez contribuer activement à la revue. Venez enrichir nos différentes rubriques et proposez-nous :

- ✓ articles de revue,
- ✓ brèves scientifiques,
- ✓ forum des lecteurs,
- ✓ manifestations,
- ✓ reportages,
- ✓ images mathématiques,
- ✓ analyses d'ouvrages et de logiciels,
- ✓ sites internet spécialisés en mathématiques,
- ✓ nouvelles, fantaisies mathématiques...

N'hésitez pas à prendre contact avec notre bureau de rédaction :



Quadrature

EDP Sciences

PA de Courtabœuf

17 avenue du Hoggar

BP 112

91944 Les Ulis Cedex A

Tél. : 01 69 18 75 75 • Fax : 01 69 07 45 17

E-mail : quadrature@edpsciences.org



Quadrature

Le magazine de mathématiques pures et épicées

Quadrature, magazine de mathématiques pures et appliquées, **s'adresse aux enseignants, étudiants, ingénieurs, amateurs de mathématiques.**

La plupart des articles requièrent un bon niveau de terminale scientifique ou une première année de premier cycle. Les auteurs sont des mathématiciens, mais aussi des enseignants motivés et des étudiants.

Quadrature est éclectique : certains articles présentent des mathématiques toutes récentes, tandis que d'autres donnent un nouveau point de vue sur des sujets traditionnels ou encore ressuscitent des questions de géométrie ancienne ! On trouve également dans le magazine un **forum**, des **nouvelles**, des **notes de lecture**, des **articles d'histoire des mathématiques** et des **articles de réflexion en relation avec l'actualité**. Enfin, un large "coin des problèmes" permet aux lecteurs de poser des questions, qu'ils en connaissent la réponse ou pas.

Quadrature est ouvert, en particulier aux jeunes. Le magazine publie régulièrement des TPE (travaux personnels encadrés) de terminale et premier cycle d'université.



BULLETIN D'ABONNEMENT Quadrature

Mme Mlle M.

Nom

Prénom

Profession

Institution

.....

Adresse

.....

.....

Code Postal

Ville

Pays

e-mail

Veillez enregistrer mon abonnement :

- Pour **1 an** (4 numéros) :
- Europe (TVA 2,1% incluse) 32 €
 - Reste du monde (Hors Taxe) 37 €
- Pour **2 ans** (8 numéros) :
- Europe (TVA 2,1% incluse) 58 €
 - Reste du monde (Hors Taxe) 68 €

Paiement :

- Envoyez-moi une facture proforma
- Chèque joint (à l'ordre d'EDP Sciences)
- Carte de Crédit :
- Visa Eurocard American Express
- Carte No
Date de validité

date/signature



Veillez retourner ce coupon à :

EDP Sciences - Service Abonnement

17, avenue du Hoggar • B.P. 112 • PA de Courtabœuf • F-91944 Les Ulis Cedex A • France
Tél. 33 (0)1 69 18 75 75 • Fax 33 (0)1 69 86 06 78 - E-mail : subscribers@edpsciences.org