Math en jeans **Lycée Montaigne et Lycée Sud-Medoc**

Année 2009-2010

Sujets Proposés par R. Deville.

Sujet 1. Le meilleur endroit pour construire des routes.

Comment doit-on construire une route rectililigne pour que la somme des distances de cette route à trois villes A, B, C soit minimale? Comment construire des routes reliant quatre villes A, B, C, D pour que la longueur totale des routes soit minimale?

Si on a un nombre fini de villes $A_1, A_2, \cdots A_n$ dans une région plane sans obstacles, comment construire des routes reliant toutes ces villes pour que la somme des longueurs de ces routes soit minimale? On pourra par exemple étudier les cas $n = 3$ et $n = 4$.

Sujet 2. L'urne d'Ehrenfest.

N particules se répartissent dans une urne divisée en deux compartiments. Soit $n \in \mathbb{N}$. Entre l'instant n et l'instant $n + 1$, on choisit une particule au hasard et on la change de compartiment. On note X_n le nombre de particules à l'instant n dans le premier compartiment (bien entendu $0 \leq X_n \leq N$). Le but est d'étudier le comportement de la suite (aléatoire) (X_n). Par exemple, est-il possible qu'au bout d'un certain temps, le premier compartiment soit vide? Il peut être utile de simuler (X_n) à l'aide d'un ordinateur.

Sujet 3. Pavage.

Un sac (opaque) contient des plaques carrées en quantité inconnue, d'épaisseur nègligeable. L'aire totale de ces plaques, notèe A, est connue. Les tailles de ces plaques peuvent être connues à l'avance ou inconnues, et l'ordre dans lequel on les prend peut être lui aussi connu à l'avance ou inconnu. A chaque tour, nous puisons dans le sac une plaque que nous plaçons où nous voulons. Une fois posèe, la plaque ne peut plus être dèplacèe. Les plaques peuvent se chevaucher. Le jeu se poursuit tant qu'il reste des carrès dans le sac. L'objectif est de parvenir à couvrir complètement un carrè d'aire maximale.