

# Mathématiques en Jeans

Sophie FUR et Charles-André PAYET

31 août 2009

## Résumé

Dans le cadre de la mesure nationale «Maths En Jeans» Sophie FUR<sup>1</sup> et Charles-André PAYET<sup>2</sup> proposent les trois sujets suivants.

### Sujet 1

Théorie des ensembles :

Quest-ce qu'un ensemble infini ? Fournissez des exemples d'ensembles infinis.

### Sujet 2

Démontrez le théorème — d'Analyse non standard — suivant :

Soit  $u := (u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite standard de  $\mathbb{R}$  et  $\ell$  un réel standard.  
Alors la suite  $u$  tend vers  $\ell$  si et seulement  $u_n \simeq \ell$  pour tout  $n \simeq +\infty$ .

### Sujet 3

Le théorème de Fermat-Wiles garantit que

Pour tout entier naturel  $n$  supérieur ou égal à 3 l'équation

$$x^n + y^n = z^n$$

n'admet pas de solution  $(x, y, z) \in \mathbb{Z}^3$  «non triviale» — c'est-à-dire telle que  $xyz \neq 0$ .

Nous vous demandons de déterminer tous les triplets  $(x, y, z) \in \mathbb{N}^3$  «non triviaux» — c'est-à-dire tels que  $xyz \neq 0$  — tels que

$$x^2 + y^2 = z^2$$

---

1. Lycée Jean HINGLO  
2. Université de la Réunion