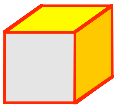
Atelier « Exploration mathématique » (2004-2005)

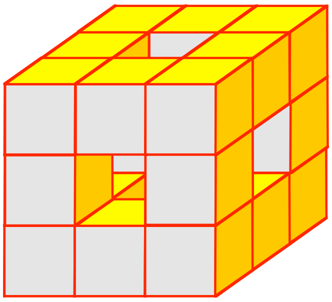
Sujet n°1 : Intersections du cube de Sierpinski et d'un plan

Le cube de Sierpinski est un objet que l'on peut approcher de la façon suivante :

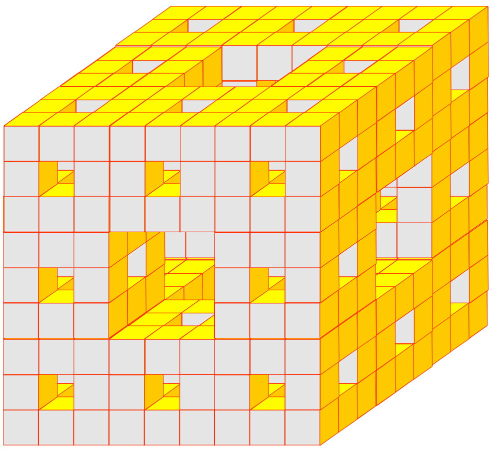
On prend un cube :



On assemble des cubes semblables pour former le solide suivant :



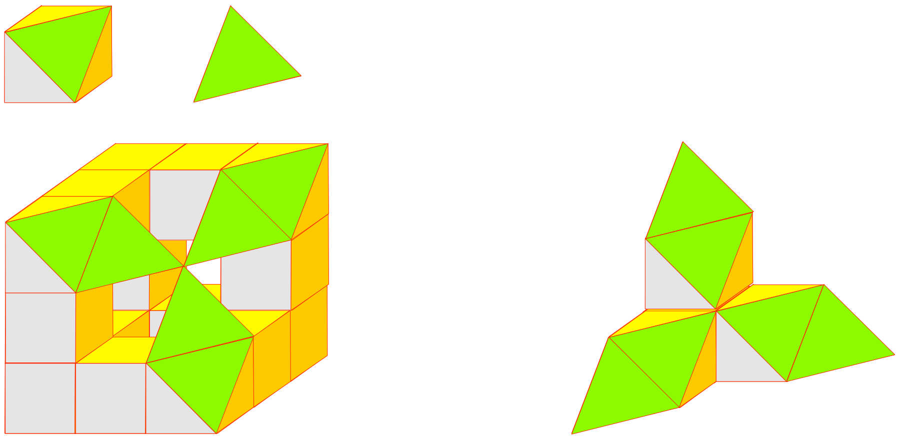
On applique à ce solide la même opération :



et l'on continue indéfiniment.
Si l'on maintient la taille de l'objet à chaque étape (il suffit de réduire d'un facteur 3 celle des « cubes » que l'on assemble), on obtient une figure ressemlant peut-être à une éponge (on l'appelle parfois l'éponge de Menger).

Notre problème sera le suivant : comment représenter les intersections d'un plan avec ce cube, et quelles sont les propriétés de ces intersections.

Voici un exemple, pour un plan bien particulier :



à suivre…

Pour ce sujet, on pourra expérimenter avec de vrais cubes, par le dessin sur ordinateur. Il faudra réfléchir aux diverses intersections possibles d'un cube et d'un plan. On sera amené à chercher comment caractériser les coordonnées des points appartenant au cube de Sierpinski et au plan, et à la dimension des divers ensembles de point obtenus. Il sera intéressant de réaliser des représentations soignées (maquettes, dessin), des objets étudiés.

Sujet n° 2 : Les polyèdres flexibles

Un polyèdre est une surface fermée formée d'un nombre fini de faces ayant chacune la forme d'un polygone. La question posée est la suivante : lorsque les faces sont rigides, est-ce que le polyèdre peut « bouger » ? Dans ce cas, on dit que le polyèdre est flexible.
En 1813, Augustin Cauchy a démontré que si le polyèdre était convexe (c'est à dire si tout segment joignant deux points à l'intérieur est entièrement à l'intérieur, autrement dit s'il ressemble plus à un petit pois qu'à un haricot), alors le polyèdre était rigide (non flexible). En 1977, le mathématicien Robert Connelly alors en séjour à l'IHES de Bures sur Yvette, a découvert le premier polyèdre flexible, qui bien sûr est non convexe.

Le but de cette activité est de comprendre le principe selon lequel ce polyèdre a été construit, et pourquoi il est flexible, de le fabriquer ou d'en fabriquer un un peu plus simple, de voir comment d'autres problèmes sont liés à celui-là : qu'est-ce qu'une surface flexible ? comment sécuriser un échaffaudage ? pourquoi le volume des polyèdres flexibles est-il invariant (ceci démontré tout récemment : il s'agira seulement de comprendre comment cela a pu être démontré, par exemple en en discutant avec certains scientifiques).

Sujet n°3 : un jeu de cartes sur les deltaèdres

Ce sujet s'adresse à des élèves ayant déjà travaillé sur les deltaèdres : il s'agit de réaliser un jeu de carte sur les deltaèdres en vue du concours André Parent. Il faut d'abord réfléchir au jeu lui même et à son principe : on ne peut pas en effet exiger de la part d'un joueur néophyte d'avoir d'emblée des connaissances dans ce domaine. Le jeu peut comporter une part

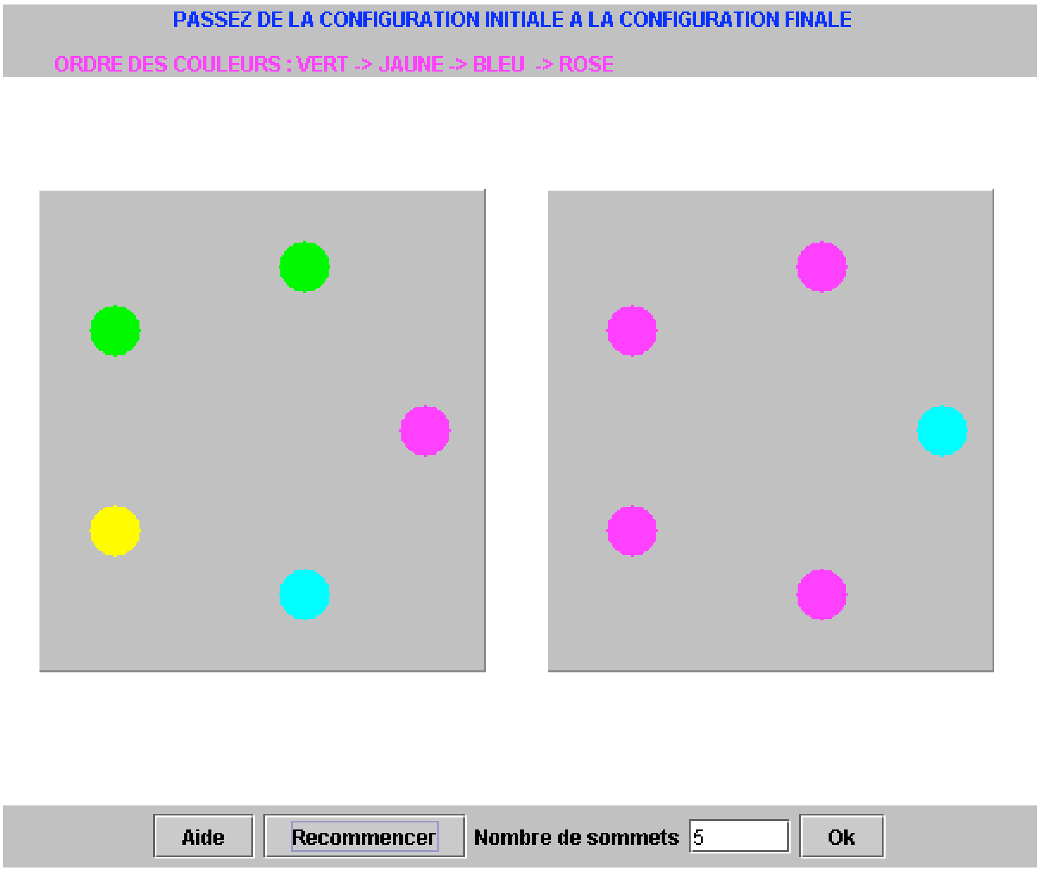
d’expérimentation (en fournissant des figures sur lequel les joueurs seront appelés à choisir, dénombrer, deviner ..). On peut prévoir une aide pour débloquer les situations … etc.
Si ce sujet est choisi et abouti, on le présentera au concours André Parent.

Sujet n°4 : le football et ses probabilités

Il est parfois choquant de voir les commentateurs encenser ou au contraire dire le plus grand mal d’une équipe sur la foi d’un résultat tenant à très peu de choses : un gardien de but qui saute du bon côté ; une balle qui heurte ou non la barre. La question posée est donc la suivante : est-il démontré qu’une équipe qui perd une coupe a mal joué, ou qu’elle est moins forte que celle qui la gagne ? Lorsqu’une équipe gagne le championnat et une autre la coupe (cas le plus fréquent), laquelle est la plus forte ? En partant de deux articles écrits sur la question, on essaiera de trouver une méthode, et de mener une étude à partir de statistiques à trouver

Sujet n°5

Il s’agit d’un jeu, extrait de la valise « Maths à modeler » dont il faut essayer de percer le mystère mathématique : y-at-il toujours une solution ? si oui, comment trouver la plus rapide ? comment généraliser ?



Le principe est le suivant : quand on clique sur une case colorée, elle change de couleur ainsi que ses deux voisines.