

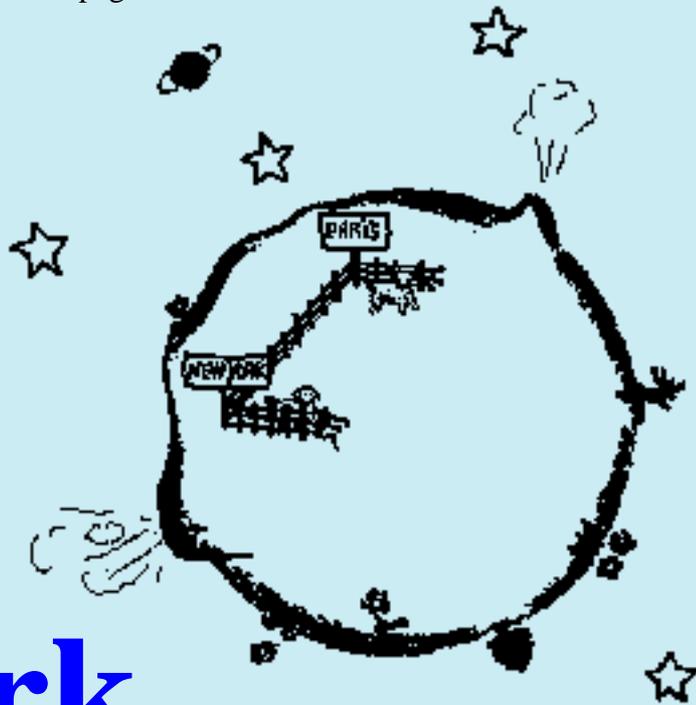
1

Paris

et

New York

sont-ils les coins d'un carré ?



Dessin M. Pourhain, d'après Le Petit Prince de Saint-Exupéry

Partant de Paris en avion, vous allez tout droit à New York (5000km). Sans vous arrêter, vous tournez d'un quart de tour à gauche. Vous parcourez encore 5000 km et tournez encore à gauche. Vous recommencez : 5000 km, puis à gauche. Vous faites encore 5000 km. Où êtes-vous ?

(méfiez-vous : malgré les apparences, la Terre est ronde !)

La Terre est ronde ... et son espace est fini. Mais la courbure de la surface fait que certaines promenades ne se terminent jamais : imaginez que vous sortiez de chez vous et avanciez devant vous, toujours "tout droit", continuant ainsi sur des milliers et des milliers de kilomètres...

Que se passera-t-il ?

**Comment faire de la géométrie sur la Terre ? Sur une sphère, que deviennent objets et figures de la géométrie plane ?**

**Y a -t-il encore des carrés ? Faut-il trouver de nouvelles règles ?**

Vous pouvez vous lancer dans ce problème en utilisant des oranges, des balles ou des ballons pour y tracer des figures. Vous connaissez quelques principes géométriques concernant des figures simples : droites, segments, carrés, cercles, triangles, etc. Sur une sphère, qu'est-ce qui est pareil, qu'est-ce qui est différent ? Essayez de voir, puis d'expliquer ce qui se passe. Discutez-en.

Comment faire pour aller tout droit ? Et pour mesurer ? Laissez voguer votre imagination, et méfiez-vous de vos intuitions : ce dont vous êtes sûr n'est peut-être plus vrai sur une sphère ! Si la géométrie habituelle ne marche pas, n'hésitez pas à inventer votre propre géométrie, avec d'autres règles et d'autres mots, que vous trouverez vous-même. Pour être sûr de quelque chose, prouvez-le !

La devinette suivante peut peut-être vous aider.

Un explorateur capture un ours. Laissant l'ours sur place, il fait 1km vers le sud puis 1 km vers l'est, enfin un 1 km vers le nord. Il se retrouve alors nez à nez avec l'ours qu'il avait capturé, et qui n'a pas bougé ! La question est : de quelle couleur est l'ours ?

*Evaluer les aires et les longueurs des champs, trouver son chemin, faire des cartes, construire des routes et des bâtiments... en bref, organiser l'espace de la Terre, tel fut le travail des premiers géomètres de l'Antiquité (et ce métier existe toujours, d'ailleurs). Le mot "géométrie" vient du grec γη («gè»), la Terre, et μετρον («mètron»), mesurer. Euclide (-306 à -283) énonça des règles simples, appelées axiomes, permettant de concevoir et d'étudier les figures planes au moyen du seul raisonnement. Améliorée au fil des temps, l'oeuvre d'Euclide est devenue la "géométrie euclidienne", celle qui est étudiée de nos jours à l'école ; elle s'accorde bien à la croyance ancienne d'une terre plate et à la vision "classique" du monde (qui permet de belles prouesses, comme l'envoi d'une sonde sur Mars...).*

*Dans les géométries non-euclidiennes, intuitivement, «les droites sont courbes». Découvertes par Gauss, Bolyai, et Lobachevski, dans la première moitié du 19<sup>ème</sup> siècle, ces géométries furent très contestées. Leur existence, pourtant bien illustrée par la surface terrestre, ne fut vraiment admise que lorsqu'on réussit le tour de force de les imiter parfaitement avec les seuls moyens de la géométrie euclidienne ! [travaux de Hilbert, Klein, Poincaré, au début du 20<sup>ème</sup> siècle]*

*De nos jours, ces géométries différentes, auxquelles Riemann (1826-1866) donna un cadre théorique général, sont couramment utilisées pour comprendre les espaces courbes ; une idée essentielle consiste à penser une courbe comme un plus court chemin. Ainsi se représente-t-on le trajet de particules très rapides ou le parcours de la lumière dans l'espace et le temps ou, plus simplement, dans des verres progressifs ou des fibres optiques. Ainsi donne-t-on un sens précis à la question : «notre univers est-il fini ou infini ?». Cette question est étroitement liée à nos conceptions de l'espace-temps et de "sa courbure" ; étudiée à l'aide de mathématiques par les astronomes et les astrophysiciens, elle est toujours ouverte...*

"MATH.en.JEANS" en 1997