

# les suites de Conway

par Maryama Ait Belhaj, Virginie Bezoteaux,  
Clenne Mouangou, du Collège Jean Vilar de  
Villetaneuse (93) et du Lycée Paul Eluard de  
Saint Denis (93)

enseignants : Yves Alvez, Adrien Fryc, Alain  
Huet

chercheur : François Parreau

collège J. Vilar de Villetaneuse lycées  
d'Épinay et Saint Denis (93) — *suite de  
chiffres*

A partir d'une suite de chiffres, par exemple 1 2 3, on  
lit : « un 1, un 2, un 3 » et on écrit la nouvelle suite 1 1  
1 2 1 3. En recommençant, on obtient 3 1 1 2 1 1 1 3,  
et on continue ...

Nous avons travaillé sur le sujet nommé « la  
suite de chiffres » ou « suite de Conway ». Il s'agit de construire des suites de chiffres selon une règle ...

## *Règle 1.*

En quoi consiste cette suite de chiffres et comment la construit-on ?

On prend n'importe quel chiffre nommé chiffre de base ; je prend le plus courant : «1»

1 → je dis que je vois une fois le chiffre 1 [un « 1 », qu'on peut écrire 1 1]

11 → puis je vois deux fois le chiffre 1, donc

21 → puis je vois une fois le chiffre 2 et une fois le chiffre 1, donc

1211 → puis je vois une fois le chiffre 1 et une fois le chiffre 2, puis 2 fois le chiffre 1, donc

111221 → et ainsi de suite ...

Dans la véritable suite que nous avons faite (elle fait environ 15 lignes) nous avons constaté une répétition de nombres tels que 111 ; 311 ; 132 toutes les 3 lignes (voir « exemple de bloc » à la page suivante).

Mais aussi, nous avons remarqué que les chiffres 1, 2 et 3 étaient les seuls à apparaître et que nous n'allions jamais jusqu'à une répétition de quatre fois le même chiffre (cela n'est valable que pour la suite commençant par le chiffre « 1 »).

Aussi, nous avons constaté la similitude des lignes qui se répétaient toutes les 3 lignes mais qui reprenaient toujours le même début et qui s'allongeaient au fur et à mesure (voir page suivante).

Mais malheureusement, tout cela n'est qu'observation et nous n'avons réussi à rien démontrer !

Nous avons aussi essayé de prendre un bloc de 3 lignes et de voir s'il y avait des similitudes, des choses qui se répètent.

Exemple de bloc :

1  
11  
 21  
1211  
111221  
312211  
13112221  
1113213211  
31131211131221  
13211311123113112211  
11131221133112132113212221  
3113112221232112111312211312113211  
1321132132111213122112311311222113111221131221

et ainsi de suite ...

Mais rien n'est identique ou si quelque chose l'est, ce n'est pas régulier. Cela nous a permis de savoir que nous ne pourrions jamais deviner par exemple quelle serait la 100<sup>ème</sup> ligne, en nous basant sur quelque chose qui se reproduirait irrégulièrement. Notre but premier était de pouvoir, sans composer les lignes qu'il y a entre, passer par exemple de la ligne 54 à 154, mais le but n'étant pas atteint, peut-être à l'année prochaine ...

## ***Règle 2.***

On continue de partir d'un chiffre quelconque, mais maintenant on groupe les chiffres identiques par ordre croissant. Par exemple, 2113 sera lu « deux 1, un 2, un 3 » donc 211213.

Le fait d'utiliser un chiffre de départ (n'importe lequel) et de continuer la suite de chiffres commençant par le plus petit des chiffres (le plus souvent 0 ou 1) jusqu'au plus grand des chiffres.

Nous avons construit toutes les suites de chiffres possibles (de 1 à 15) pour le commencement. Puis, nous avons observé que les lignes de toutes ces suites devenaient généralement constantes. Appelons « résultat » la ligne qui se répète à l'infini : c'est plus généralement à la 10<sup>ème</sup> ligne que le résultat se découvre ...

Mais « malheureusement » nous n'avons pas su démontrer cette répétition. Nous avons observé une suite des unités et une suite des dizaines (ex 1 et 11) : on retrouve les mêmes résultats à une ligne d'intervalle.

Autre fait : si nous prenons d'autres suites d'unités et de dizaines (ex 5 et 15), nous retrouvons le même résultat, mais si nous faisons suivre les suites (ex 16, 17, 18 ...) les résultats se suivent eux-aussi.

16 : 3122331416

17 : 3122331417 suites qui se suivent

18 : 3122331418

Nous avons émis plusieurs hypothèse mais n'avons pas pu les démontrer. [Voici, ci-après, quelques exemples.]

**Tableaux récapitulatifs des résultats.**

	(ligne)	Nombre d'éléments	Somme	Pour 1 et 11 (par exemple), à une ligne d'intervalle, les mêmes chiffres se retrouvent.	
1 <sup>ère</sup> ligne	1	1	1		
2 <sup>ème</sup> ligne	11	2	2	1	11
3 <sup>ème</sup> ligne	21	2	3	11	21
4 <sup>ème</sup> ligne	1112	4	5	21	1112
5 <sup>ème</sup> ligne	3112	4	7	1112	3112
6 <sup>ème</sup> ligne	211213	6	10	3112	211213
7 <sup>ème</sup> ligne	312213	6	12	211213	312213
8 <sup>ème</sup> ligne	212223	6	12	312213	212223
9 <sup>ème</sup> ligne	114213	6	12	212223	114213
10 <sup>ème</sup> ligne	31121314	8	16	114213	31121314
11 <sup>ème</sup> ligne	41122314	8	18	31121314	41122314
12 <sup>ème</sup> ligne	31221324	8	18	41122314	31221324
13 <sup>ème</sup> ligne	21322314	8	18	31221324	21322314
14 <sup>ème</sup> ligne	21322314	8	18	21322314	
15 <sup>ème</sup> ligne	21322314	8	18		
16 <sup>ème</sup> ligne	21322314	8	18		

Ligne	Suite de chiffres du début	Résultat	Commentaire
12	0	1031223314	Même résultat que pour 10
13	1	21322314	Même [résultat] pour 1, 2, 3, 4
13	2	21322314	«
13	3	21322314	«
9	4	21322314	«
13	5	3122331415	Même résultat que pour 15
11	6	3122331416	succession
12	7	3122331417	«
13	8	3122331418	«
14	9	3122331419	«
10	10	103122314	Même résultat que pour 0
12	11	21322314	Même [résultat] pour 11, 12, 13, 14
11	12	21322314	«
16	13	21322314	«
8	14	21322314	«
13	15	3122331415	Même que pour le 5
11	16	3122331416	Même que pour le 6

suite de chiffres du début	nombre de chiffres du résultat	somme des chiffres du résultat
0	10	20
1	8	18
2	8	18
3	8	19
4	8	18
5	10	25
6	10	26
7	10	27
8	10	27
9	10	27