piéger
un rayon lumineux

par M. Thomas Cebe (5°), M. Valentin Villenave (5°), M. Jérémie Benezra (5°), M. Grégory Ozier La Fontaine (5°), M. Jean-Barthélémy Jilibert (4°), Mlle Hélène Latorre (4°), Mlle Marie-Christine Mazzola (4°), élèves du **collège Anne Frank de Bussy St Georges (77)** et M. Jean-Baptiste Lagaert (5°), Mlle Lydie Pechenot (5°), M. Eric Lebrun (5°), élèves **du collège Victor Hugo de Noisy le Grand (93)** et avec la participation de M. Eric Akbaraly (Tle), ancien élève du **collège Victor Hugo**

enseignants :
Mme Martine Fatin, M. Pierre Lévy

chercheur :
M. Olivier Bodini

coordination article : Mazzola Marie-Christine

comptee-rendu de parrainage :

Ces élèves de 5° et 4° nous ont montré que malgré leur jeune âge, il était possible de résoudre des problèmes parfois complexes sans pour autant employer des méthodes très compliquées. C'est une très bonne leçon de maîtrise. Bravo !

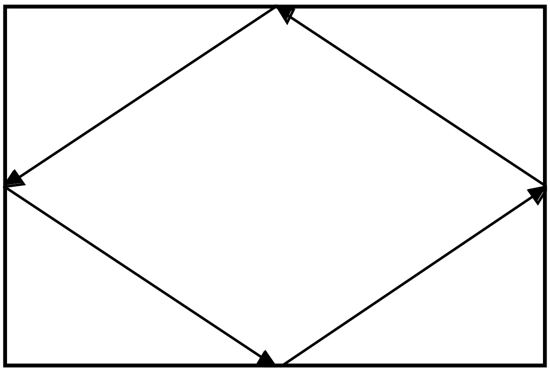
NCES — Peut-on piéger un rayon lumineux ? 12

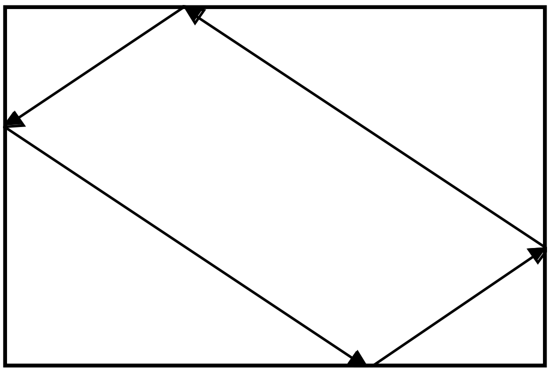
Peut-on imaginer un miroir qui prendrait un rayon lumineux au piège ? Un miroir qui ne renverrai aucune image ? Un four ayant une telle forme chaufferait sûrement très bien. Les espions seraient également intéressés.

Les circuits.

Nous avons vu qu'il existe dans certaines figures des trajectoires que le rayon parcourt indéfiniment. Nous les appellerons des circuits.

En voici deux exemples dans un rectangle :





Si un rayon entre et suit un circuit il ressortira obligatoirement par où il est entré.

Nous nous sommes alors demandé si un rayon pouvait à un moment donné rejoindre un circuit car alors il serait piégé.

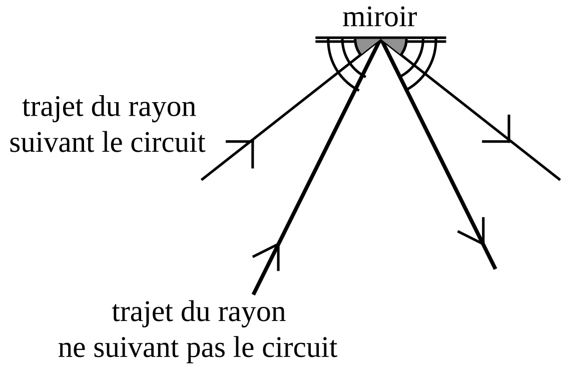
Proposition

Si dans une figure, il existe un « circuit », alors il est impossible qu'un rayon parcourant un autre trajet rejoigne ce circuit et le parcourre.

[Preuve :] Nous allons étudier les deux manières possibles pour qu'un rayon rejoigne un circuit.

Premier cas :

Si le rayon arrive sur un point du miroir « emprunté » par le circuit alors il repart

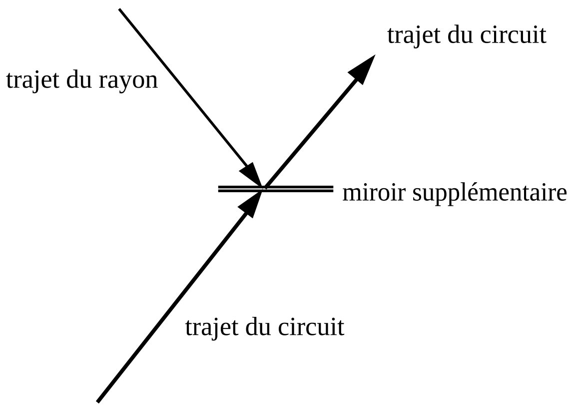


selon une trajectoire différente car les deux angles gris doivent être égaux et les deux angles blancs aussi.

Or si l'angle blanc et l'angle gris sont différents, les deux trajets après le rebond le seront aussi.

Deuxième cas :

Si le rayon arrive sur un point du circuit différent d'un miroir, il est nécessaire de placer un miroir supplémentaire pour le dévier afin qu'il rebondisse en suivant le circuit.



Mais dans ce cas, ce nouveau miroir l'empêchera au tour suivant de poursuivre son chemin sur le circuit.

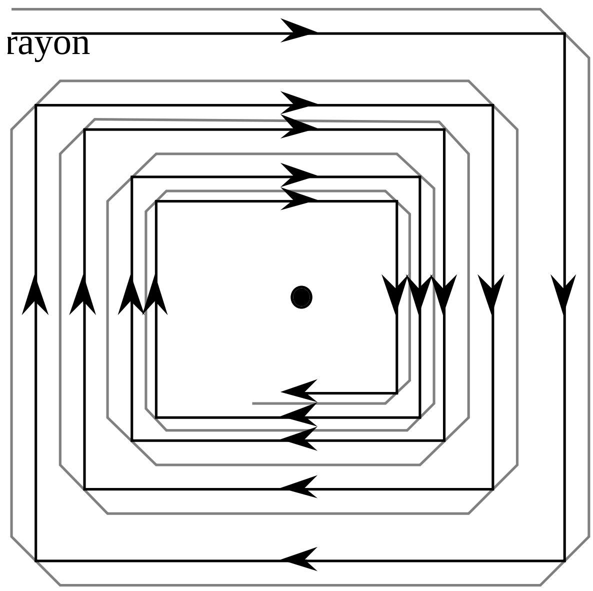
Il faut donc abandonner cette idée.

L'escargot.

Après avoir construit de nombreuses figures pour y chercher des trajectoires possibles, nous avons eu l'idée inverse :

traçons d'abord une trajectoire puis construisons ensuite la figure qui lui correspond.

C'est comme cela que nous avons imaginé une trajectoire en « escargot » dans une figure en « escargot ». L'idée est de faire rebondir le rayon le long d'une trajectoire en « escargot » avec à chaque changement de direction un angle droit afin de le conduire de plus en plus près d'un point qu'on appellera le « centre » de la figure. Cela nécessite de placer des miroirs inclinés à 45°. Ces miroirs devront être de plus en plus petits. En voici un schéma :



[NDLR : les élèves avaient d'abord proposé une solution de ce type, puis, voulant bien faire, la solution présentée sur transparent était tellement régulière (écartement constant entre deux côtés parallèles) qu'elle en devenait fausse puisqu'il était impossible de poursuivre le dessin à l'infini ; pourtant, ils avaient bien l'idée de tracer d'abord le trajet du rayon lumineux, puis d'installer les miroirs.]

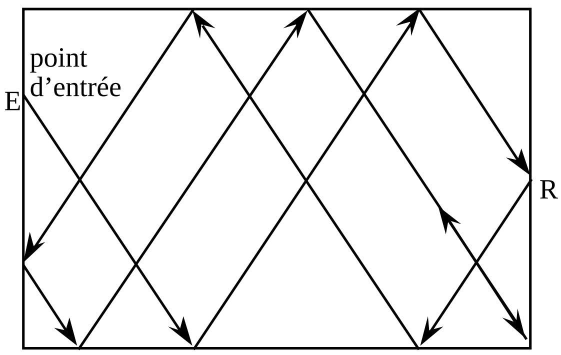
Nous obtenons ainsi une figure infinie dans laquelle un rayon lumineux va se diriger indéfiniment vers un point imaginaire, le « centre » de la figure. Cette figure est bien entendu totalement imaginaire car il est impossible de la construire en réalité. Cette solution n'est donc pas satisfaisante.

Le rectangle.

Nous avons constaté sur de nombreux exemples que dans un rectangle, un rayon semble toujours ressortir. Le rayon entre au point *E*. *R* est le point qui correspond au premier rebond sur le côté opposé.

Premier cas : le rayon atteint un autre sommet.

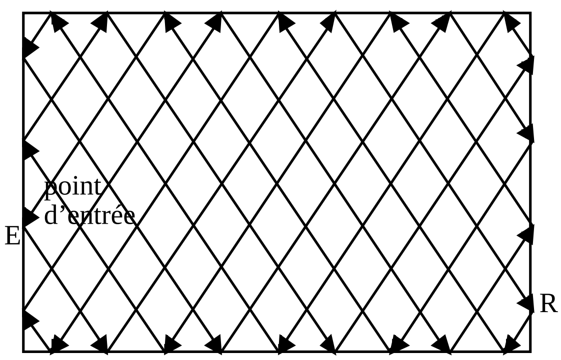
Nous avons décidé que dans ce cas, ***il repart sur la même trajectoire qu'il suivait en arrivant***. Ainsi, il ressort obligatoirement car il suit exactement le même chemin en sens inverse.



le rayon repart
en suivant exactement le
même chemin

Deuxième cas : le rayon n'atteint aucun sommet.

Sur de nombreux exemples, nous avons constaté que le rayon ressort après un nombre plus grand de rebonds. Nous avons essayé d'expliquer cela mais pour le moment ce n'est pas encore au point.

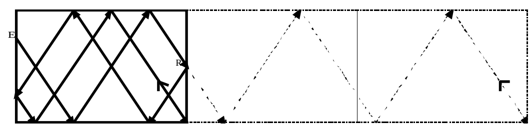


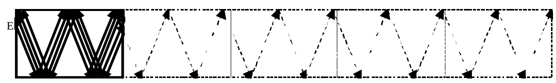
On remarque que les trajectoires sont parallèles car les angles sont égaux (tous les triangles sont isocèles). On constate un décalage de la trajectoire lorsque le rayon amorce son retour. C'est l'étude de ce décalage qui expliquerait sans doute pourquoi le rayon finira par rebondir dans un coin.

Nous avons eu une autre idée pour étudier le parcours du rayon lumineux dans un rectangle.

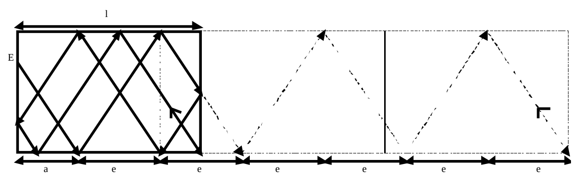
Imaginons que l'on prolonge indéfiniment les bords de notre rectangle. Dans cette nouvelle configuration, le rayon parcourt un trajet virtuel en pointillé symétrique du vrai trajet par rapport au bord. On constate alors que le rayon finira par rebondir dans un coin et, en vertu de notre règle, repartira par le même chemin et donc ressortira par où il est entré.

Voici deux exemples :





Prenons le premier cas :



Dans ce cas, on a :

$$a + 6 \times e = 3 \times l$$

Dans le second cas, toujours avec les même notations, on a :

$$a + 19 \times e = 5 \times l$$

Pour que le rayon puisse toujours sortir, on doit donc avoir :

$$a + N \times e = N' \times l$$

N et *N*’ sont deux entiers positifs, *a* est un nombre quelconque positif et *e* aussi. *a* est inférieur à *e* mais chaque fois que *a* change, *e* change.

On peut prendre $l = 1$ comme unité.

Pour montrer que le rayon sortira à tous les coups, il reste donc à montrer que pour tout nombre *a*, plus petit que 1, on peut trouver deux entiers *N* et *N*’ tels que :

$$\boldsymbol{a + Ne = N'}$$

Nous n’avons pas réussi à le montrer car nous n’avons pas non plus réussi à exprimer *e* à l’aide du nombre *a* choisi.