le réseau

par Sébastien Carbini et des élèves de module-recherche de seconde du lycée Pablo Neruda de Saint-Martin d'Hères (38)

enseignant : M. Bernard Vartanian

chercheur : M. Pierre Duchet

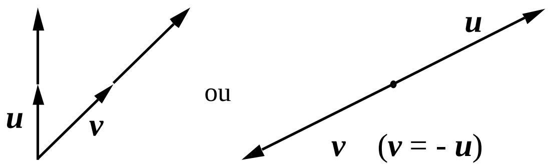
Les élèves du lycée de Grenoble, Guillaume, David et Sébastien, ont présenté leur sujet : ***“les informations discrètes”.***

Où ?
En fait, on se situe dans un plan où sont disposés une infinité de points distants d'une unité (quadrillage).

Pourquoi ?
Le but est de relier tous les points par des “règles” assimilées à des vecteurs.

1ère question : Peut-on relier tous ces points avec seulement 2 règles ?

En voici deux figures :



La réponse est non : quand $\boldsymbol{u} = -\boldsymbol{v}$ il est bien évident que non. Quand $\boldsymbol{u} \neq \boldsymbol{v}$ ils forment un secteur angulaire dans lequel les règles ne peuvent en “sortir”.
2ème question : Peut-on relier tous ces points grâce à 3 règles ?

La réponse est oui (avec $\boldsymbol{u} \neq \boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{u} \neq \boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{v} \neq \boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{u} \neq -\boldsymbol{v}$) : avec $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{w}$ ($\boldsymbol{w} = -(\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v})$).

En fait, les recherches sont encore en cours, les élèves concernés ont travaillé en module.

Au début, ils traitaient une recherche sur la sphère, mais ont abandonné ensuite travaillé sur le sujet des informations discrètes. Ce qui explique des résultats peu nombreux.

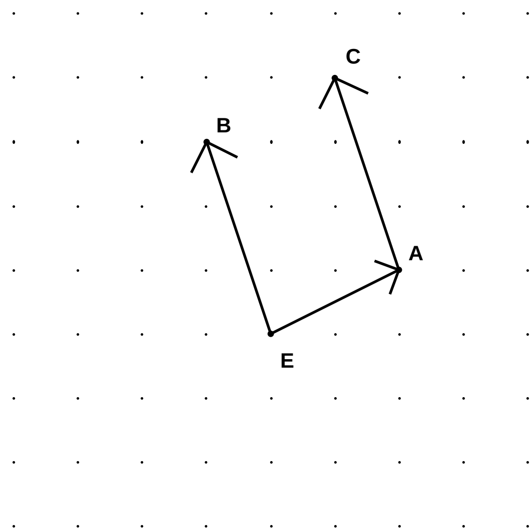
rapport des parrains (collège V. Hugo)

On dispose d'un réseau infini de points à mailles carrées.
Soit un point E de ce réseau que l'on considère comme l'émetteur.
On se donne des règles d'émission du type :

R_1 : 2 à droite et 1 en haut,
R_2 : 1 à gauche et 3 en haut par exemple.

Le problème posé est le suivant : avec deux règles le point E peut-il envoyer un message à tous les points du réseau ?

Dans un premier temps (figure ci-dessous) nous avons trouvé qu'une règle est assimilable à un vecteur et que la combinaison de deux règles revient à faire la somme de deux vecteurs. Ainsi avec R_1 on renseigne le point A ; avec R_2, B ; avec R_1 puis R_2, C. On remarque que « R_2 puis R_1 » donne le même résultat.

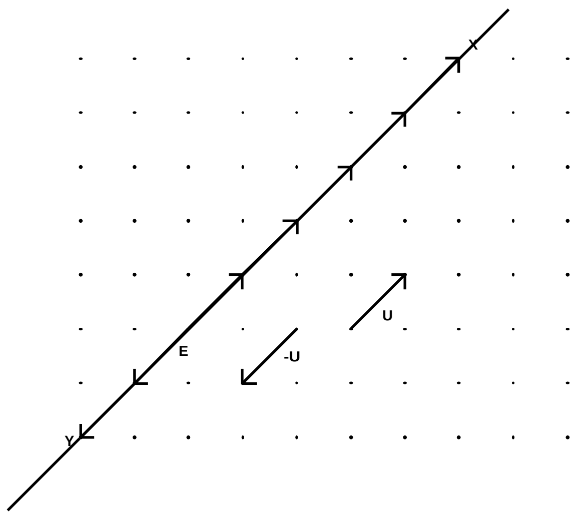


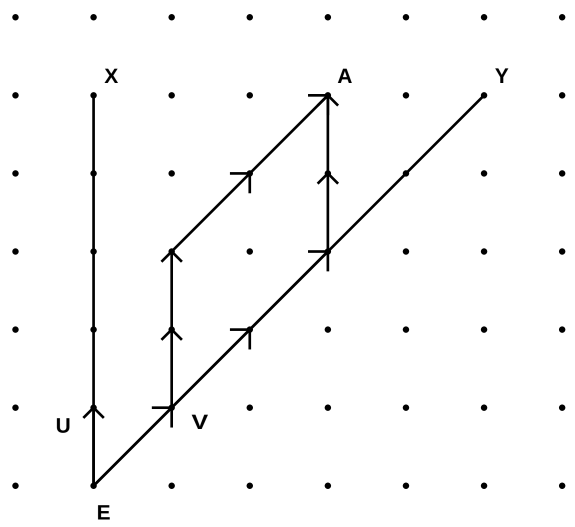
Pour la suite on considère que se donner un vecteur revient à se donner une règle et que l'on peut combiner ces règles comme des vecteurs.

Ainsi sur la figure ci-dessous on se donne le vecteur $\overrightarrow{U}$ (1, 1) et le vecteur $-\overrightarrow{U}$ (–1, –1).

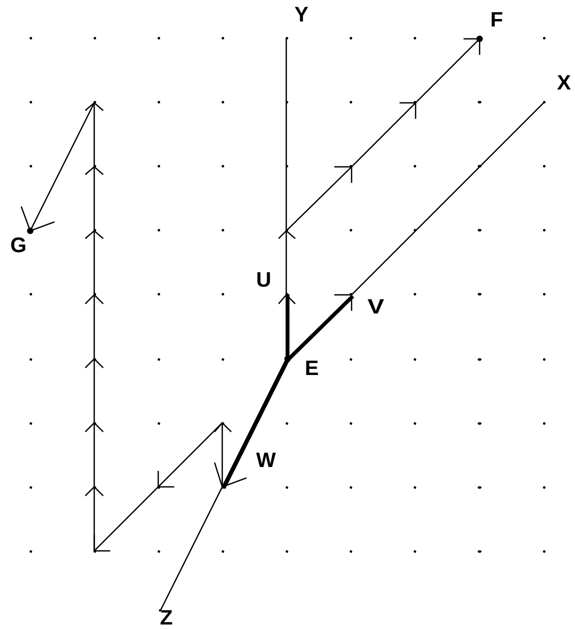
Résultat n°1 : Avec la seule règle $\overrightarrow{U}$ le point *E* renseigne tous les points de la demi-droite [*EX*).

Résultat n°2 : Avec les 2 règles $\overrightarrow{U}$ et $-\overrightarrow{U}$ le point *E* renseigne tous les points de la droite (*XY*).





Résultat n°3 : Avec deux vecteurs de directions différentes, $\overrightarrow{U}$ (0 , 1) et $\overrightarrow{V}$ (1, 1) par exemple, le point *E* renseigne tous les points du secteur (*EX*, *EY*) bords compris (voir figure ci-dessus).



Résultat n°4 : Pour que le point *E* renseigne tous les points du réseau deux règles ne suffisent pas. Il faut adjoindre aux vecteurs $\overrightarrow{U}$ et $\overrightarrow{V}$ un troisième vecteur $\overrightarrow{W}$ bien choisi (voir figure ci-dessus) « qui ne soit pas dans le secteur (*EX*, *EY*) ».

Ici on a $\overrightarrow{W}$ (– 1, – 2) et *E* renseigne à la fois les secteurs (*EX*, *EY*) et (*EY*, *EZ*) et (*EZ*, *EX*). *E* renseigne donc tous les points du réseau.

[NDLR : sur le même sujet, voir le volume MATh.en.JEANS 1994, pages 45 à 54 ; on pourra constater que des élèves de collège, qui prennent le temps d'une année scolaire pour mener un jumelage MATh.en.JEANS, entrent plus profondément dans le sujet que des lycéens qui ne disposent que de quelques séances de module.]