

les carrés magiques

par Matthieu Chalaux, lycée Val de Seine de Grand Quevilly (76)

enseignante : Dominique Grihon

chercheur : Claude Dellacherie

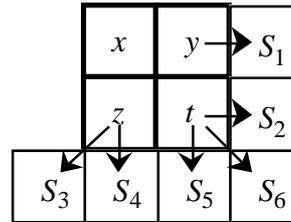
[NDLR : le sujet avait été traité — différemment — en 1990-91, mais les actes 1991 du congrès de Strasbourg étant à peu près épuisés, il nous semble utile de signaler le livre : Jacques Bouteloup, *Carrés Magiques, Carrés Latins et Eulériens : Histoire, théorie, pratique*, Editions du Choix, © 1991.]

Présentation

Le carré magique est un tableau (de forme carrée, bien sûr !) dans lequel les sommes de chaque ligne, chaque colonne, chaque diagonale doivent être égales.

Les carrés 2×2

On nomme les inconnues x, y, z et t .



Si $S_1 = S_4$, alors $x + y = x + z$
donc $y = z$

Si $S_1 = S_6$, alors $x + y = x + t$
donc $y = t = z$

Si $S_1 = S_5$, alors $x + y = y + t$
donc $x = t = y = z$

Conclusion : les nombres des quatre cases doivent être égaux.

Les carrés 3×3

Recherche d'un tableau de base.

On utilisera les nombres consécutifs : -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4.

a	b	c
$-d$	0	d
$-c$	$-b$	$-a$

On simplifie l'étude en prenant une somme de ligne égale à 0, et en prenant 0 au centre.

On a donc :

- $a + b + c = 0$
- $a - d - c = 0$ soit $c = a - d$
- $-c - b - a = 0$ soit $-a = c + b$

Si $a = -1$ alors $-a = 1$

Si $b = 4$ alors $-b = -4$

Et :

$$c = -a - b = -4 + 1 = -3$$

$$d = a - c = -1 + 3 = 2$$

On remplace le 0 central par A :

A-1	A+4	A-3
A-2	A	A+2
A+3	A-4	A+1

On peut établir un nouveau tableau de base utilisant les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Le chiffre 5 est situé au centre car les chiffres sont séparés respectivement de 5 de la série précédente.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Additions de carrés magiques

On additionne des tableaux case à case : on nomme t_1 et t_2 les tableaux ajoutés et T leur somme, chaque somme respective (d'une ligne) S_1, S_2, S ; on a

$$t_1 + t_2 = T$$

$$S_1 + S_2 = S$$

Ce principe s'applique aussi aux soustractions.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

 $+$

3	-4	1
-2	0	2
-1	4	-3

 $=$

7	5	3
1	5	9
7	5	3

4	9	2
3	5	7
8	1	6

 $+$

2	7	6
9	5	1
4	3	8

 $=$

6	16	8
12	10	8
12	4	14

Addition de tableaux ayant subi un quart de tour

vers la gauche

4	9	2
3	5	7
8	1	6

 $+$

2	7	6
9	5	1
4	3	8

 $=$

6	16	8
12	10	8
12	4	14

avec $10 = a$

 $=$

a-4	a+6	a-2
a+2	a	a-2
a+2	a-6	a+4

vers la droite

4	9	2
3	5	7
8	1	6

 $+$

8	3	4
1	5	9
6	7	2

 $=$

12	12	6
4	10	16
14	8	8

avec $10 = a$

 $=$

a+2	a+2	a-4
a-6	a	a+6
a+4	a-2	a-2

De même, soustractions :

vers la gauche

4	9	2
3	5	7
8	1	6

 $-$

2	7	6
9	5	1
4	3	8

 $=$

2	2	-4
-6	0	6
4	-2	-2

 $=$

a+2	a+2	a-4
a-6	a	a+6
a+4	a-2	a-2

vers la droite

4	9	2
3	5	7
8	1	6

 $-$

8	3	4
1	5	9
6	7	2

 $=$

-4	6	-2
2	0	-2
2	-6	4

 $=$

a-4	a+6	a-2
a+2	a	a-2
a+2	a-6	a+4

remarque :

une addition a pour somme un tableau de base égal à celui d'une soustraction ayant subi le quart de tour dans l'autre sens.

Division de chaque case d'un tableau magique par un même nombre

8	18	4
6	10	14
16	2	12

 $\div 2 =$

4	9	2
3	5	7
8	1	6

• $t_1 = 2 t_2$

• $S_1 = 2 S_2$

$t_1/t_2 = S_1/S_2$

Il reste encore beaucoup de choses à trouver et aussi à structurer. Ce sera pour l'année prochaine.