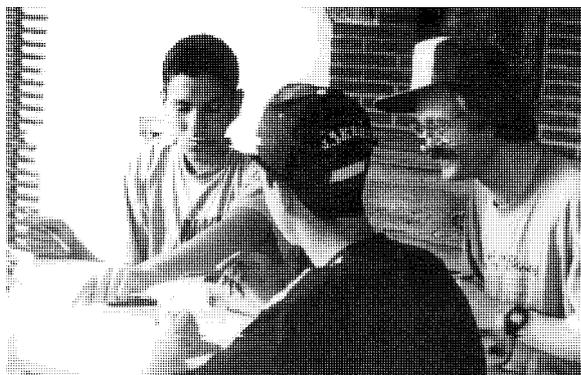


# comment paver le tore

par Amandine Gianotti, Xavier Givet, Adrien Ledoux, Franck Ventura, module-recherche de Seconde du lycée Pablo Neruda de Saint Martin d'Hères (38)

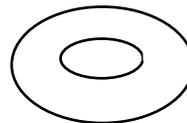
enseignant : Jean-Claude Oriol

chercheurs : Pierre Duchet et Charles Payan qui vous proposent ci-contre le sujet qu'ils ont donné aux élèves.

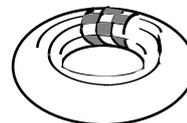


## Pavages : peut-on carrelé un tore ?

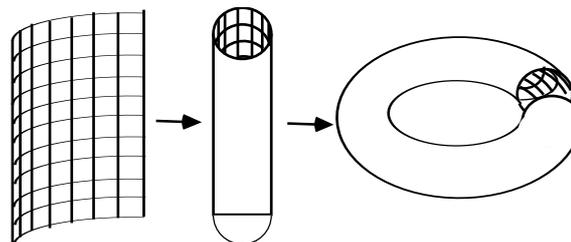
Un tore est une surface qui a la forme d'une chambre à air :



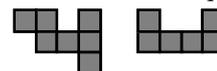
Il n'est pas difficile de voir qu'un tore peut être rempli avec des petits carreaux, comme un échiquier :



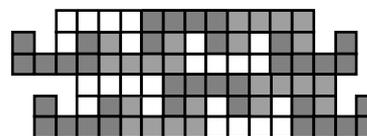
D'ailleurs, un échiquier souple peut être transformé en tore :



Un polymino est un morceau d'échiquier :



Certains polyminos ont la propriété de pouvoir paver le plan : chaque carreau de carrelage a la forme du polymino :



☞ Supposons qu'il soit possible de paver le plan avec un polymino de forme donné. Est-il toujours possible de paver un tore avec ce polymino ?

## A quoi ça sert ? :

Des pavages de forme très varié sont utilisés depuis l'antiquité pour l'aménagement et la décoration (carrelages frises, peintures ...) et de nouvelles combinaisons spectaculaires sont trouvées tous les ans.

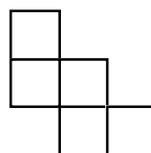
On rencontre dans la nature des exemples remarquables de pavages, réguliers ou non : nids d'abeille, cristaux ... La recherche mathématique permet de comprendre ces matériaux et de les utiliser (fabrication de matières synthétiques, alliages, matériaux ultra légers ...).

Personne ne sait encore s'il est toujours possible de paver le tore avec un polymino quand celui-ci pave le plan.

[NDLR : n'ayant pas obtenu des élèves une rédaction définitive, nous nous contentons d'un compte-rendu intermédiaire.]

Dans un second temps, le professeur nous a dit qu'il y en avait un douzième ...

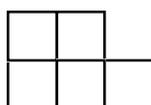
Dans un premier temps, nous avons cherché les différents types de pentaminos ; on en a trouvé 11 :



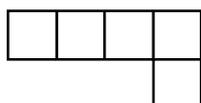
12



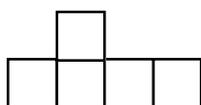
1



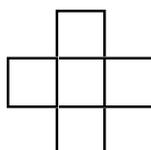
2



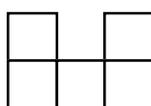
3



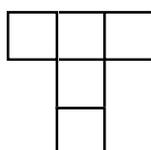
4



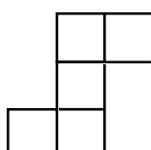
5 La "croix"



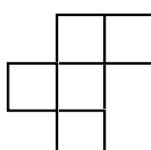
6



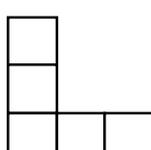
7



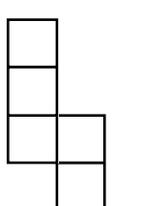
8



9



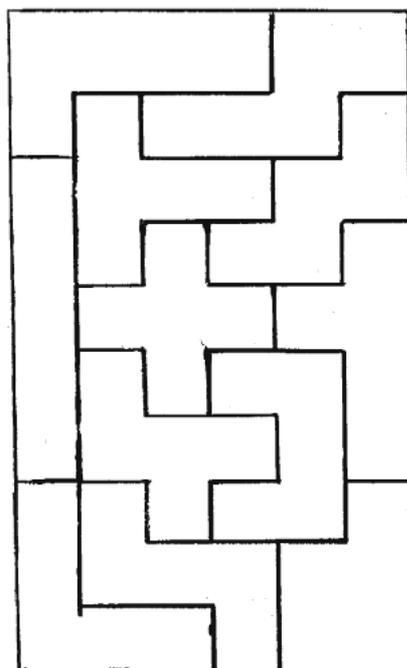
10



11

On a essayé de faire un rectangle avec les 12 pentaminos, mais le professeur nous a donné une solution, car il a estimé que nous étions hors-sujet !

*pavage d'un rectangle avec les douze pentaminos :*



Avec chacun de ces pentaminos, on a essayé de paver le tore et le ~~plan~~ rectangle.

[NDLR : il semble bien difficile aux élèves de ce groupe de faire la différence entre le plan et un rectangle ; dans la suite du texte, et pour éviter toute ambiguïté au lecteur, nous censurons les auteurs en remplaçant où il le faut "plan" par "rectangle".]

**PLAN  
RECTANGLE**

**TORE**

**Exemple**

5 Non

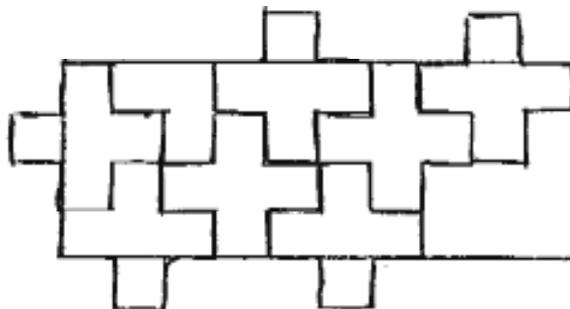
Oui, sous certaines conditions

Avec la croix, on ne peut pas paver le ~~plan~~ rectangle :

11 Non

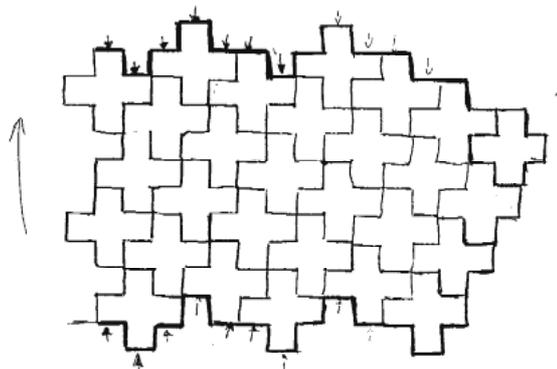
Oui, sous certaines conditions

Si on peut paver un rectangle, on peut paver le tore. Car si on coupe le tore, on trouve un ~~plan~~ rectangle. Donc si on pave le ~~plan~~ rectangle on pave le tore. Mais on peut paver le tore sans pouvoir paver le ~~plan~~ rectangle.

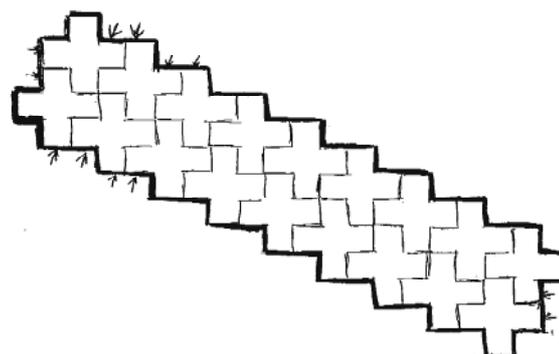


Avec la croix, peut-on paver le tore ?

1<sup>er</sup> exemple :



2<sup>ème</sup> exemple :



[NDLR : un dessin constitue une démonstration à lui tout seul ? Laissons le lecteur méditer ce proverbe : *ce qui va sans dire va encore mieux en le disant.*]