le calculateur géométrique

par … des lycées Pablo Neruda de St Martin d'Hères et Emmanuel Mounier de Grenoble

enseignants : André Laur et Jean-Claude Oriol

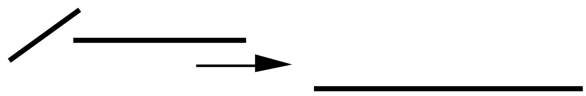
chercheur : Charles Payan, LSD2-IMAG

note du chercheur :

Le manque de temps n'a pas permis aux élèves de faire un compte-rendu complet de leur travail. Ils avaient trouvé un procédé “cabri” pour extraire des racines cubiques.

Notre objectif était de découvrir une ou plusieurs constructions qui nous permettraient d’effectuer des opérations non pas d'une manière arithmétique mais d'une manière géométrique. Ainsi nous voulions réaliser l’addition, la soustraction, la multiplication et la division de deux segments.

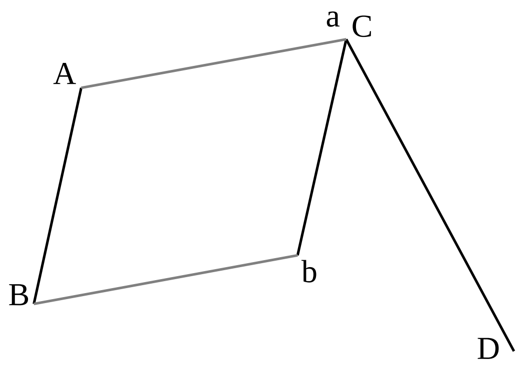
Par exemple :



L’addition de ces deux segments est une opération géométrique.

Pour cela nous nous sommes aidés du logiciel “CABRI GEOMETRE”. Or, qu’est-ce que le “cabri géomètre”? C’est un logiciel qui permet de faire des dessins sur feuille (l’écran) comme à la règle et au compas. Par exemple : à partir de trois points, on peut dessiner les segments joignant ces points ou les droites passant par ces points, les hauteurs etc … Si l’on déplace l’un des points de départ, tout les objets dépendant de ce point se déplacent en même temps.

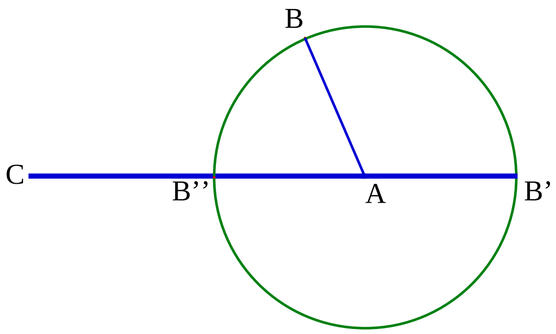
Au bout de quelques recherches, nous avons constaté qu’il était plus simple de réaliser des opérations lorsque les segments avaient une extrémité commune. Afin de les réunir, nous utilisons la technique des parallèles : (AB) et (CD) sont les segments de départ qui n’ont pas d’extrémité commune ; on leur en donne une, par une translation de vecteur AC.



Exemples

[AB] et [AC] sont les segments de départ.

l’addition et la soustraction



On trace le cercle de centre A et de rayon AB. On prolonge le segment [AC] et lorsque le cercle coupe cette droite, on obtient le point B’.

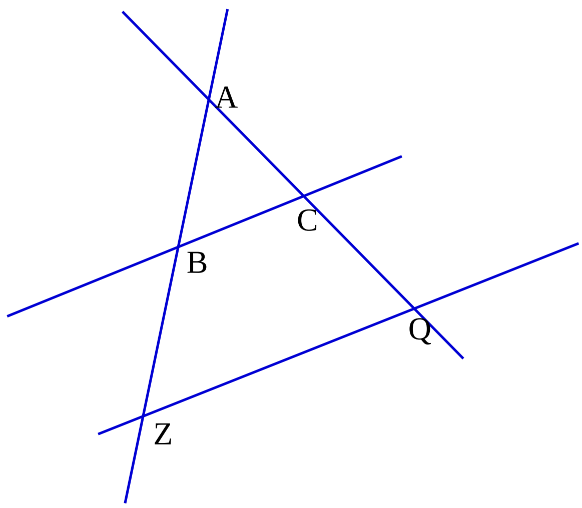
AB et AB’ sont des rayons, donc AB=AB’ d’où AB + AC = AB’ + AC = CB’.

De même, lorsque le cercle coupe le segment [AC], on obtient le segment [B’’C].

AB et AB’’ sont des rayons donc AB = AB’’ d’où :

AB-AC = AB-AB’’ = CB’’

la division



Afin de faciliter l’opération, nous déterminons un segment unité AQ = 1. [NDLR : sur la demi-droite [AC).]

L’objectif est de trouver AB / AC.

Cette opération fait allusion au théorème de Thalès, c’est pourquoi nous traçons la droite (BC) ainsi que sa parallèle passant par Q. La droite qui passe par Q et qui est parallèle à (BC) coupe (AB) en Z. D’après le théorème de Thalès appliqué au triangle ABC avec les droites parallèles (ZQ) et (BC) on peut affirmer que :

AZ / AB = AQ / AC

D’après le produit des extrêmes et des moyens :

$AZ \times AC = AB \times AQ$ avec AQ = 1
$AZ \times AC = AB$
AB / AC = AZ

usage de macroconstructions

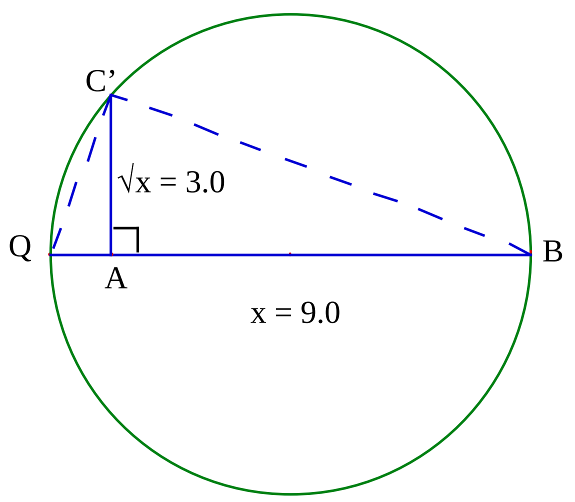
Après avoir trouvé les opérations souhaitées, nous avons envisagé la possibilité de réaliser une macroconstruction, ou, plus précisément, de réaliser les mêmes opérations sans mettre en évidence les étapes intermédiaires qui correspondent aux diverses constructions (comme les parallèles). Grâce au logiciel “Cabri Géomètre”, nous avons pu définir cette macroconstruction avec des objets initiaux et des objets finaux.

le résultat

Lorsque l’on prend deux segments dans un plan et que l’on fait appel à la macroconstruction (qui a été enregistrée), en définissant les deux segments comme objets initiaux, nous obtenons un troisième segment qui correspond à l’objet final, c’est-à-dire, la somme (ou autres opérations) des deux premiers segments.

pour aller plus loin …

racine carrée …



puissances …