La première rencontre entre la pédagogie Freinet et la méthode MATh.en.JEANS, c'était

au Palais de la découverte, en avril 1992, lors du 3ème congrès MATh.en.JEANS

Pour en savoir plus sur le travail mené par Pierre Parlant, Roland Canal et Marc Hindry avec les enfants de l'école Frédéric Mireur de Draguignan, et sur les congrès « Maths en Stock » qui ont lieu depuis, contacter :

M. Pierre Eysseric,
IUFM, Centre de Draguignan, 102 avenue A. Gilet, BP 143, 83304 Draguignan Cedex

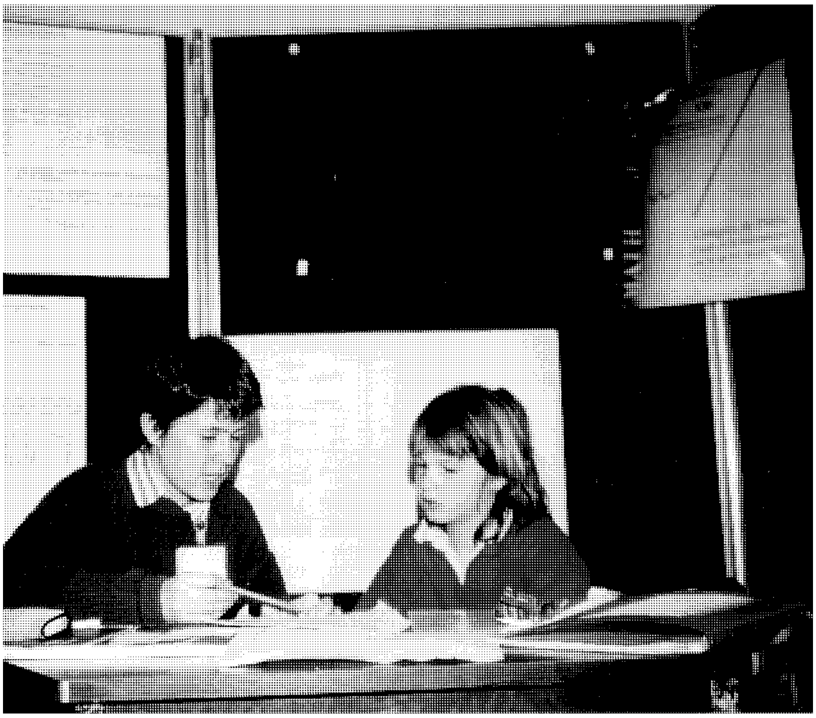
Pour contacter l'Association MATh.en.JEANS :

M. Pierre Duchet,
48 bis rue Custine, 75018 Paris, tél. = 16 1 42 62 33 48, bientôt : 01 42 62 33 48
[international inchangé : 00 33 1 42 62 33 48]

Ecole Frédéric Mireur, voici la liste des lois qui figurent dans les pages suivantes. Après chaque nom, on trouvera entre parenthèses la page où trouver cette loi, et la page où Marc Hindry commente la loi dans l'une de ses lettres aux écoliers.

Etablissement : Ecole Primaire Frédéric Mireur, Draguignan
Instituteur accompagnateur : M. Roland Canal
mathématicien concerné : M. Marc Hindry, Paris 6
Elèves : Mlle Emilie Berthon (CM_1), Mlle Anaïs Defraine (CE_2), M. Adrien Pecout (CM_2), M. Julien Viot (CM_1)
contact : M. Pierre Eysseric, IUFM de Draguignan

... au congrès 1992 de MATh.en.JEANS, Paris, Palais de la découverte.



Loi de Rahmouna 1

Pour savoir si un assemblage de chiffres est un nombre ou pas, on regarde si on peut faire des opérations avec et si ces opérations ont un sens.
ex : les numéros de téléphone ne sont pas des nombres, parce que si on ajoute deux numéros de téléphone, le résultat n'est pas un numéro de téléphone.

→ page 4

page 4 ←

Loi de Asmahan 1

Si on multiplie un nombre qui se termine par 0 par n'importe quel autre nombre, le résultat se termine toujours par un 0.

Loi de Bastien 1

Si on prend un nombre qui n'est pas 0 et qu'on le divise par 2 et encore par 2 et encore et encore, on n'arrivera jamais à 0.
C'est parce que quand on divise un nombre par 2, on en enlève la moitié, et donc il en reste toujours une moitié. Comme la moitié de quelque chose n'est jamais 0, on n'arrivera jamais à 0.

→ page 4

page 4 ←

Loi de Lou 1

Il n'y a que deux nombres qui ont la propriété suivante : $A + A = n$
$A \times A = n$

Ces nombres sont 0 et 2 :

$2 + 2 = 4$ $\qquad$ $0 + 0 = 0$

$2 \times 2 = 4$ $\qquad$ $0 \times 0 = 0$

Loi de Hanane 1

Les nombres ne s'arrêtent jamais parce qu'on peut toujours rajouter un chiffre à l'écriture de ce nombre.

→ page 4

page 4 ←

Loi de Clément 1

Les nombres ne s'arrêtent jamais, mais il y a un dernier nombre. Après lui, ça recommence à 0. Ça fait comme un grand cercle qui ne finit jamais mais on repasse toujours au même endroit.

Loi d'Anaïs 1

Pour faire de très grandes additions avec des nombres composés du même chiffre (ex : 333333333333) on peut écrire

	3333…	10 000 000 000	…3333
+	4…	10 000 000 000	… 4444
=	3337…	10 000 000 000	…7777

(il y a 10 000 000 000 de chiffres identiques à la place des pointillés)

→ page 4

page 4 ←

Loi d'Estelle 1

Il y a 28 nombres qui s'écrivent avec deux 1 entre 1 et 1000.
11.101.110.111.112.113.114.115.116.117.118.119.
121.131.141.151.161.171.181.191.211.311.411.511.
611.711.811.911.

Loi d'Antoine 1

Quand je multiplie 9 par lui même,

1 fois 9×9	le résultat se termine par 1
2 fois $9\times9\times9$	le résultat se termine par 9
3 fois $9\times9\times9\times9$	le résultat se termine par 1
4 fois $9\times9\times9\times9\times9$	le résultat se termine par 9 …

Si le nombre de multiplications est pair, le résultat se termine par 9, si il est impair, il se termine par 1.

→ page 4

page 4 ←

Loi de Vannyna 1

Si N est n'importe quel nombre, $N \times 1 = N$.

Loi de Lionnel 1

Si N est n'importe quel nombre, $N \times 0 = 0$.

→ page 4

page 4 ←

Loi de Rémi 1

Si je multiplie 9, 90, 900, 9 000, 90 000, 900 000, … par n'importe quel nombre, la somme des chiffres du résultat fait 9 ou un nombre de la table de 9.

Lettre de Marc Hindry aux écoliers de l'école Frédéric Mireur de Draguignan

Paris le 4 novembre,

Tout d'abord bonjour et bravo pour votre travail ; voici rapidement mes premières réactions et commentaires :

Loi de Lou 1 [p. 2] : $A \times A = A + A$ n'a que deux solutions. On peut prouver qu'il n'y a que deux solutions en comparant les nombres. $A \times A = A + \ldots + A$ est plus grand que $A + A$ si A est au moins trois. Je vois une raison pour qu'elle ait au plus deux solutions : il n'y a que la multiplication $A \times A$ (produit de A deux fois) ; mais le fait qu'il y ait exactement deux solutions est un peu un hasard ; peut-être comprendras-tu mieux en regardant les solutions d'autres exemples.

Loi de Rahmouna 1 [p. 2] : C'est difficile de définir ce qu'est un nombre mais c'est intéressant d'essayer (les dictionnaires y renoncent souvent ; un mathématicien célèbre, Dedekind, disait que les nombres sont donnés et que l'on doit travailler pour le reste). Je ne suis pas d'accord quand même avec ta définition : on représente les nombres par une suite de chiffres et on peut faire les opérations + et × avec *tous* les nombres. Un numéro de téléphone représente un nombre mais un nombre n'est pas forcément un numéro de téléphone (il peut avoir trop ou pas assez de chiffres par exemple) ; comme ça la somme de deux numéros de téléphone est bien un nombre mais n'est pas forcément un numéro de téléphone.

Lois de Clément 1 [p. 2] / Hanane 1 [p. 2] : Oui, Clément a tort, mais pour voir cela on doit parler justement d'infini, une des choses les plus importantes pour un mathématicien (par exemple, c'est la première chose que j'ai fait travailler à mes étudiants cette année à l'Université) : la liste des nombres ne s'arrête jamais, elle est infinie. Comment l'écrit-on : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, … etc. On a besoin de dire etc on ne peut pas aller au bout mais on voit que, arrivé à un nombre, on passe au suivant en ajoutant 1. La propriété importante est que $A + 1$ est toujours plus grand que A, il n'y a donc pas de plus grand nombre.

J'ai écrit : la liste est infinie ; c'est le premier infini qu'on rencontre. Est infini ce que l'on ne pourra jamais compter jusqu'au bout même si on avait tout le temps. Le raisonnement montre que la liste des nombres est infinie, on ne sait pas si la liste des étoiles est infinie ou non, la liste des humains vivants est finie (même si elle serait difficile à écrire).

J'envoie aussi un texte qui étudie l'idée d'infini en mathématique (hélas en anglais, les mathématiciens travaillent souvent avec plusieurs langues), je le commenterai un peu une autre fois.

Loi de Bastien 1 [p. 2] : cette loi contient quelque chose d'infini : tu dis “et encore et encore …” c'est-à-dire quelque soit le nombre de fois qu'on ait divisé par deux.

Loi d'Antoine 1 [p. 3] : cette loi me paraît très intéressante, est-ce qu'on peut faire la même chose avec d'autres nombres ?

Loi d'Anaïs 1 [p. 3] : Il y a une chose qui me préoccupe comment fait-on avec les retenues 55…5 + 7777…7 ? Peut-on faire ça avec l'opération × ?

Loi d'Estelle 1 [p. 3] : est-ce qu'on peut continuer par exemple avec les nombres plus petits que 10 000 ?

Lois de Vannyna 1 [p. 3] et Lionnel 1 [p. 3] : est-ce que quelque chose de semblable se passe avec + ?

Lois de Remi 1 [p. 3] et Asmahan 1 [p. 2] : est-ce qu'il y a des lois du même genre avec d'autres nombres que 9 et 0 ?

A bientôt.

Marc Hindry.

Loi de Jamal 2

Si N est n'importe quel nombre, $N - N = 0$.

Loi de Adrien 3

Si A et B sont des nombres différents de 0,

si $B > A$, on ne peut pas faire de division $A \div B$ qui tombe juste (dont le résultat n'a pas de virgule).

Loi de Antoine 5

Si N est n'importe quel nombre, $N \div 1 = N$.

Loi de Louise 3

Si on écrit les tables de 2, 12, 22, … , 82, 92, les résultats se termineront toujours par les mêmes chiffres (0, 2, 4, 6, 8).

Loi de Antoine 6

Quand on compte de 10 en 10, les unités ne changent pas, ce sont les chiffres à gauche qui changent.

Loi de Géraldine 1

Pour enlever 9 à un nombre, on peut faire :
J'ajoute 1 et j'enlève 10.
ex : 37 – 9 = 37 + 1 – 10

Loi de Antoine 7

Si X et Y sont deux nombres différents de 0 et si $Y > X$

$$\frac{X}{Y} + \frac{(Y - X)}{Y} = \frac{Y}{Y} = 1$$

Loi de Antoine 8

Si A et B et N sont des nombres différents de 0,

$$\frac{A}{B} = \frac{N \times A}{N \times B}$$

Loi de Jonathan 1

Il existe deux sortes d'infini :
L'infiniment grand : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …
L'infiniment petit : -1, -2, -3, -4, -5, -6, …

Loi de Estelle 3

Il y a 19 nombres qui s'écrivent en utilisant un seul chiffre entre 0 et 99 : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99.
Il y a 81 nombres qui s'écrivent avec deux chiffres différents entre 0 et 99 : tous les autres !

Loi de Albine 3

Tous les nombres qui commencent par 8 et qui finissent par 3 multipliés par 5 commencent par 4 et finissent par 5.

ex : $89113 \times 5 = 445565$

Loi de Charlotte 2

$3 \times 2 = 3 + 3 = 2 + 2 + 2$
$6 \times 4 = 6 + 6 + 6 + 6 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$
$10 \times 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 10$

<u>Loi de Estelle 4</u>

Il y a 271 nombres qui utilisent au moins un 3 entre 1 et 1000 :

300 >>>>> 399 #100

30 >>>>> 39 #10 | >>>> 19 entre 1 et 100

3, 13, 23, 43, 53, 63, 73, 83, 93 # 9 |

100, 200, 400, 500, 600, 700, 800, 900 >> 19×8=152

total : 19 + 100 + 152 = 271

page 10 ←

<u>Loi de Sabrina P 1</u>

On utilise 180 fois le chiffre 3 si on écrit tous les nombres de 1 à 400.

de 1 à 100	20 fois
de 100 à 199	20 fois
de 200 à 299	20 fois
de 300 à 400	120 fois

<u>Loi de Adrien 1</u>

Si P représente un nombre pair et I un nombre impair,

+	P	I
P	P	I
I	I	P

-	P	I
P	P	I
I	I	P

x	P	I
P	P	P
I	P	I

On ne peut pas construire un tableau de ce genre pour la division.

→ page 10

page 10 ←

<u>Loi de Rémi 2</u>

Si on connait un multiple de 7 voici comment faire pour trouver le suivant :

Si le chiffre des unités est plus petit que 3, ajouter 7 aux unités.

Si le chiffre des unités est plus grand que 3, enlever 3 aux unités et ajouter 1 aux dizaines.

<u>Loi de Nadia 1</u>

Pour les puissances de 8 :

8×8	se termine par	4
$8 \times 8 \times 8$	se termine par	2
$8 \times 8 \times 8 \times 8$	se termine par	6
$8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$	se termine par	8
$8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$	se termine par	4

et après, ça continue toujours pareil :

4, 2, 6, 8, 4, 2, 6, 8, …

→ page 10

page 10 ←

<u>Loi de Jessy 1</u>

Avec une seule addition, il n'y a que 3 façons différentes de trouver 5 :

1 + 4   2 + 3   5 + 0

Avec une seule soustraction, il y a une infinité de solutions.

<u>Loi de Jamal 1</u>

Pour qu'une addition ou une soustraction ne changent pas le résultat, il faut que l'on utilise 0.

Si N est n'importe quel nombre,

$N + 0 = N$ $\qquad$ $N - 0 = N$

→ page 10

page 10 ←

<u>Loi de Lionnel 2</u>

Quand on additionne deux fois le même nombre, on obtient le double de ce nombre.

Si N est n'importe quel nombre, $\quad N + N = 2 \times N$.

<u>Loi de Louise 1</u> Si N est n'importe quel nombre, le chiffre des unités de $11 + N$ vaut 1 de plus que le chiffre des unités de $11 \times N$.

exemple : si N vaut 123 $\quad 123 + 11 = 134$

$123 \times 11 = 1353$

Le chiffre des unités de 134 vaut 1 de plus que le chiffre des unités de 1353.

→ page 10

page 10 ←

<u>Loi de Louise 2</u>

Les multiples de 5 se terminent tous par 0 ou par 5.

<u>Loi de Manuel 1</u>

Si N est n'importe quel nombre,

$N + (2 \times N) + (3 \times N) + (4 \times N) = 10 \times N$.

Exemple : 12 + 24 + 36 + 48 = 120

→ page 10

page 4 ←

<u>Loi de Bastien 2</u>

pour lire le tableau : **horizontalement**, le chiffre que l'on multiplie ; verticalement, combien de fois on le multiplie par lui-même. A l'intérieur des cases, on trouve le dernier chiffre du résultat.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	1	4	9	6	5	6	9	4	1	0
2	1	8	7	4	5	6	3	2	9	0
3	1	6	1	6	5	6	1	6	1	0
4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
5	1	4	9	6	5	6	9	4	1	0
6	1	8	7	4	5	6	3	2	9	0
7	1	6	1	6	5	6	1	6	1	0
8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
9	1	4	9	6	5	6	9	4	1	0

Loi de Estelle 2

Il existe 10 nombres qui finissent par le chiffre 3 entre 1 et 100.

→ page 10

page 10 ←

Loi de Antoine 2

Pour vérifier une division, on peut multiplier le diviseur par le quotient et ajouter le reste. Le résultat doit être égal au dividende.
La loi fonctionne à deux conditions :
1) la division est juste
2) le reste est plus petit que le diviseur.

Loi de Lou 2

Si je divise un nombre par lui-même, le résultat est toujours 1.

Si N est n'importe quel nombre, sauf 0,

$N \div N = 1$

→ page 10

page 14 ←

Loi de Adrien 2

A propos de la loi de Louise : elle ne fonctionne pas si on choisit un nombre qui se termine par 9 (parce que le chiffre des unités devient 0).

La loi de Louise est quand même juste, parce que 9 + 1 = 10, ce qui fait que après 9, on trouve 0.

Loi de Antoine 3

Si on multiplie un nombre pair par 6, le dernier chiffre du multiple est le dernier chiffre du nombre multiplié.

ex : $122 \times 6 = 732$

→ page 14

page 14 ←

Loi de Antoine 4

Avec trois chiffres, on peut écrire six nombres :
si ces trois chiffres sont A, B, C :

$ABC \quad ACB \quad BAC \quad BCA \quad CAB \quad CBA$

Paris, le 29 novembre,

Cher tous,

Merci pour votre courrier, je suis ravi de voir que plusieurs d'entre vous ont déjà eu les idées que je suggérais dans ma première lettre.

Dans la première lettre, je commentais un peu l'infini, je commence aujourd'hui par relever dans la loi d'Adrien 1 [p. 7] quelque chose de très important en mathématique : l'impossibilité de résoudre tel ou tel problème, ou mieux encore la démonstration de l'impossibilité. Par exemple un des mathématiciens français les plus célèbres : Galois, a démontré il y a un siècle et demi l'impossibilité de résoudre certaines équations que d'autres avaient cherché à résoudre pendant des siècles. Je trouve donc très intéressante la phrase “On ne peut pas construire un tableau de ce genre pour la division”.

Je commente maintenant un peu plus en détail chacun des travaux sur la numération et les nombres en les regroupant par thèmes.

Loi de Rémi 2 [p. 7]:
Il me semble qu'il y a un problème avec les retenues, par exemple 98 + 7 = 105 ne se calcule pas comme tu le dis.

Lois de Nadia 1 [p. 7], Louise 2 [p. 8], Bastien 2 [p. 8] :
Ces lois de périodicité sont bien intéressantes, elles traitent le dernier chiffre d'un nombre, c'est aussi le reste de la division par 10. Est-ce qu'il existe des lois du même genre si on considère les restes de la division par 2, 3, 4 etc ? Avec ce point de vue, cela ressemble d'ailleurs à la loi d'Adrien 1 [p. 7] dont je parlais plus haut.

Loi de Jessy 1 [p. 7] :
Je pense à une interprétation qui permet peut-être de trouver d'autres lois : si on partage un tas de cinq trucs en deux tas, on a trois façons de le faire : un tas vide et un tas de cinq, un tas d'un truc et un tas de quatre trucs, un tas de deux trucs et un tas de trois trucs.

Lois de Jamal 1 [p. 8] et Lou 2 [p. 9] :
Une fois que l'on a découvert ces lois elles peuvent paraître évidentes mais elles me semblent importantes : elles illustrent l'idée que “ne rien faire est aussi une opération” (par exemple “ne pas changer un nombre, c'est lui ajouter 0 ou le multiplier par 1”) et le fait qu'ayant effectué une opération on puisse revenir en arrière ; ces idées forment la base de la théorie des groupes inventée par Galois dont je parlais tout à l'heure.

Loi d'Antoine 2 [p. 9] :
Il est bien pratique de pouvoir vérifier une division, cette loi est donc utile et intéressante ; la formulation de la dernière phrase me surprend un peu : la loi “fonctionne” toujours ; si l'on ne retrouve pas le dividende c'est que l'on a fait une erreur de calcul, de même le (vrai) reste est toujours plus petit que le diviseur (sinon ce n'est pas le reste).

Lois d'Estelle 2 [p. 9] et Sabrina 1 [p. 7] :
Avec le même genre d'idée on doit pouvoir faire une classification ou une partition des nombres : ceux qui se terminent par 3, ceux qui utilisent le chiffre 3, ceux qui … etc.

Lois de Lionnel 2 [p. 8] et Manuel 1 [p. 8] :
Ces lois semblent montrer des liens entre l'addition et la multiplication : au lieu d'additionner deux fois un même nombre on peut faire la multiplication par deux, au lieu de multiplier un nombre par 1, par 2, par 3, par 4 et puis de faire la somme on peut faire une seule multiplication. Est-ce qu'il y a d'autres lois dans cette direction ?

Loi de Louise 1 [p. 8] :
Comme dans la loi de Rémi 2 il me semble qu'il y a un problème de retenue : par exemple $9 \times 11 = 99$ mais $9 + 11 = 20$.

A bientôt.

M. Hindry

Loi de Amanda 1

Si N est n'importe quel nombre, il existe une infinité de nombres A et B tels que :

$$A - B = N$$

Il y a une infinité de soustractions qui font N.

→ page 15

page 15 ←

Loi de Vanessa / Albine 1

Il y a des infinis plus grands que d'autres :

L'infini des nombres à virgule est plus grand que l'infini des nombres qui n'ont pas de virgule.

Preuve : entre 0 et 1, il y a une infinité de nombres à virgule.
entre 1 et 2, il y a une infinité de nombres à virgule.
entre 2 et 3, il y a une infinité de nombres à virgule.
entre …

Entre chaque nombre sans virgule (on les appelle des nombres entiers), il y a une infinité de nombres à virgule.

Loi de Mohammed

On peut faire les multiplications

de la façon suivante :

$$\begin{array}{r} 123 \\ \underline{\times\ 24} \\ 123 \\ 123 \\ 123 \\ 123 \\ 1230 \\ \underline{1230} \\ 2952 \end{array}$$

→ page 14

page 14 ←

Loi de Charlotte 1

Si A et B sont n'importe quels nombres :

$$A + B = B + A$$

$$A \times B = B \times A$$

$$A - B \neq B - A$$

Loi de Rachida et Hayate 1

$$9\times9=81$$

$$99\times99=9801$$

$$999\times999=998001$$

$$999999999\times999999999=999999998000000001$$

$$\underbrace{9\ldots\ldots9}_{N}\times\underbrace{9\ldots\ldots9}_{N}=\underbrace{9\ldots\ldots9}_{N-1}8\underbrace{0\ldots\ldots0}_{N-1}1$$

→ page 14

page 14 ←

Loi de Lou 3

Il y a 8 façons différentes d'écrire 15 avec une seule addition (sans utiliser de 0).

Il y a 18 façons différentes d'écrire 15 avec une addition et une multiplication (sans utiliser de 0).

ex : $2 \times 7 + 1$; $2 \times 6 + 3$; …

<u>Loi de Emilie 1</u>

Il y a 39 façons d'écrire 10 avec des additions.

→ page 14

page 14 ←

<u>Loi de Hanane 2</u>
Une égalité est une relation entre deux nombres.
Une opération est une relation entre trois nombres.

<u>Relations à 2 nombres</u>	<u>Relations à 3 nombres</u>
$a = b$	$a + b = c$
$a < b$	$a - b = c$
$a > b$	$a \times b = c$
$a = b$	$a \div b = c$

<u>Loi de Julien 1</u>

Pour trouver combien d'additions font un nombre N (combien de a et b différents pour faire $a + b = N$)

Si N est pair, il y a $N \div 2$ additions
Si N est impair, il y a $(N–1) \div 2$ additions.

→ page 14

page 14 ←

<u>Loi de Hanane 3</u>

On peut partager en 2 tous les nombres pairs, parce qu'ils sont dans la table de 2.

<u>Loi de Julien 2</u>
Pour multiplier un nombre de 2 chiffres par 11 :
J'ajoute le chiffre des unités et celui des dizaines, et je place le résultat entre les deux.

ex :	35×11	$3 + 5 = 8$	385	$35 \times 11 = 385$
	67×11	$6 + 7 = 13$	737 (la retenue !)	
				$67 \times 11 = 737$

→ page 14

page 14 ←

<u>Loi de Nicolas 1</u>

$5 \div 2 = 2\ r\ 1$
$8 \div 3 = 2\ r\ 1$
$11 \div 2 = 2\ r\ 1$
$13 \div 2 = 2\ r\ 1$
$14 \div 2 = 2\ r\ 1$
$(3 \times N - 1) \div N = 2\ r\ 1$

(voir page 14)

<u>Loi de Rhaled 1</u>

On peut changer la loi de Manuel pour faire une nouvelle loi :

$N + (2 \times N) + (3 \times N) + (4 \times N) + (10 \times N) = 20 \times N$

→ page 14

page 14 ←

<u>Loi de Rémi 3</u>

Dans les divisions, si on en fait une, et après une autre qui est le double, ça ne change pas le résultat.

$$A \div B = (2 \times A) \div (2 \times B)$$

<u>Loi de Dhia 1</u>

25 se divise seulement par 1, 5 et 25.

$25 \div 25 = 1$
$25 \div 5 = 5$
$25 \div 1 = 25$

→ page 14

page 14 ←

<u>Loi de Laïla 1</u>

Les multiplications peuvent se faire dans les deux sens.
Si A et B sont deux nombres,
$A \times B = B \times A$.

<u>Loi de Jean-Claude 1</u>

Si $A + B = C$, alors :

$C - A = B$
$C - B = A$

→ page 14

page 14 ←

<u>Loi de Rémi 4</u>
Si on connait un multiple de 8, voici comment faire pour trouver le suivant :

Si le chiffre des unités est plus petit que 3, ajouter 8.
Si le chiffre des unités est plus grand que 2, enlever 2 aux unités et ajouter 1 aux dizaines.

Chers tous,

J'espère que la journée passée ensemble vous a intéressés et je vous souhaite une bonne année fertile en émotions mathématiques. Je commente le dernier lot de lois en les regroupant un peu par thèmes.

Lois de Lou 3 [p. 11], Emilie 1 [p. 12] et Julien 1 [p. 12] :

La loi de Julien est très générale, on peut se demander si il existe une loi pour deux additions c'est-à-dire : de combien de façons peut-on écrire $N = A + B + C$? Il serait bon pour les deux autres de donner une façon de compter les partitions de 10 ou 15 ou bien les décompositions $A + B \times C$ sinon on n'est jamais sûr de ne pas en oublier (par exemple, je trouve 22 façons d'écrire $15 = A + B \times C$).

Pour cette dernière question il est utile de regarder : Loi de Dhia 1 [p. 13] :

On se demande comment compter le nombre de décompositions $N = B \times C$ d'un nombre N ?

Lois de Charlotte 1 [p. 11], Laïla 1 [p. 13], de Rémi 3 [p. 13] et Hanane 3 [p. 12] :

Il est toujours intéressant d'étudier si le résultat d'une opération dépend de l'ordre dans lequel on effectue l'opération ; que se passe-t-il si on fait plusieurs opérations ?

Il est intéressant aussi de voir quand plusieurs opérations ne changent pas un résultat ; la loi de Hanane est formulée différemment mais dit la même chose ; y a-t-il d'autres exemples que celui de Rémi et Hanane ?

Loi de Julien 2 [p. 12] :

C'est bien d'avoir pensé à la retenue ! Est-ce qu'il y a d'autres nombres que 11 pour lesquels la multiplication soit facile à effectuer ?

Loi de Rachida et Hayate 1 [p. 11] :

C'est une jolie loi pas du tout évidente ! Il est intéressant de faire la preuve. Est-ce qu'il y a d'autres nombres dont on puisse calculer le carré ainsi ?

Lois de Adrien 2 [p. 9] et Rémi 4 [p. 13] :

La loi de Rémi est juste en général mais il y a quand même le problème de la retenue comme dans la loi de Louise. Le commentaire d'Adrien s'applique aussi.

Loi de Rhaled 1 [p. 13] :

Est-ce qu'on peut énoncer une loi un peu plus générale qui donnerait les deux lois (celle de Manuel et de Rhaled) ?

Lois de Hanane 2 [p. 12] et Jean-Claude 1 [p. 13] :

La distinction égalité / relation / opération est intéressante ; c'est vrai que l'égalité est une relation entre deux nombres ; je dirai plus précisément qu'une opération est quelque chose qui à 1 ou 2 ou 3 (ou etc) nombres associe un nouveau nombre ; c'est un procédé pour obtenir de nouveaux nombres.

A partir d'une égalité, on peut obtenir d'autres égalités comme le fait Jean-Claude. Peut-on en obtenir d'autres que celles-ci ?

Loi de Nicolas 1 [p. 12] :

Je ne comprends pas très bien l'énoncé de la loi : c'est vrai que le reste de la division de $3\,N - 1$ par N est $N - 1$ (et c'est intéressant) mais à quoi correspondent les divisions au-dessus, peux-tu préciser ?

Loi de Mohammed [p. 11] :

Il me semble intéressant d'essayer d'autres façons de faire les multiplications, de voir la relation avec les additions (il y a des liens aussi avec les lois de Manuel et Rhaled).

Loi d'Antoine 3 [p. 9] :

Est-ce qu'il y a d'autres nombres avec ce genre de propriétés ou est-ce que l'on peut écrire des lois donnant les deux derniers chiffres ?

Loi d'Antoine 4 [p. 9] :

Cette loi me semble très intéressante, j'ai tout de suite envie de demander ce qui se passe si on prend plus de chiffres (5 ou 6 disons) mais aussi ce qui se passe si parmi les trois chiffres choisis il y en a deux ou trois égaux.

Loi d'Amanda 1 [p. 11] :

C'est toujours intéressant de voir apparaître une infinité de solutions ; est-ce que tu peux donner d'autres exemples ?

Loi de Vanessa et Albine 1 [p. 11] :

Je termine par la loi la plus surprenante ; c'est une question très importante et difficile : le fait qu'il y ait des infinis plus grands que d'autres a été découvert par un mathématicien nommé Cantor (il y a un siècle et demi à peu près) qui est le créateur de la théorie des ensembles. La preuve est délicate comme tout ce qui touche à l'infini. Une difficulté est la suivante : si un ensemble est contenu dans un ensemble (par exemple l'ensemble des nombres pairs est contenu dans l'ensemble des nombres entiers) on a envie de dire qu'il a moins d'éléments ; ceci est vrai avec des ensembles finis mais est justement faux (en général) avec les ensembles infinis : il y a autant de nombres pairs que de nombres entier !

A bientôt.

Cher Pierre Parlant,

Comme tu me l'as demandé, je t'écris un résumé-bilan de l'expérience de “recherches mathématiques” dans les classes de l'école F. Mireur de Draguignan durant l'année scolaire 91-92.

Mon travail a consisté à examiner les travaux des élèves par correspondance : les enfants me proposent par écrit une série de lois mathématiques qu'ils ont trouvées et discutées ; je réponds par courrier en commentant (correction d'inexactitude, suggestion d'amélioration ou de continuation, appréciation de l'intérêt que la loi présente pour un mathématicien, placement dans un contexte ou remarque historique). Nous en sommes au quatrième échange épistolaire.

Le volet complémentaire a été une visite d'une journée à l'école, au mois de décembre durant laquelle j'ai assisté et participé à deux classes où les enfants présentent leurs recherches, j'ai aussi animé moi-même un atelier de mathématiques et enfin une partie de l'après-midi a été consacrée à une discussion menée sous forme d'interview par les élèves.

J'ai eu l'occasion de montrer à quelques uns de mes collègues de l'Université les travaux des élèves de l'Ecole Mireur et ils ont eu la même réaction d'agréable “surprise” que moi. En un mot, je trouve remarquable le travail qu'ils ont accompli. J'ai reçu chaque lettre avec plaisir et curiosité ; le fait par exemple que les enfants soulèvent tout de suite la question de l'infini m'a beaucoup intéressé (traditionnellement c'est le premier thème abordé explicitement ou implicitement dans les premiers cours de DEUG pour définir limites, dérivées, intégrales).

Le point qui m'a le plus marqué durant ma visite est l'intérêt de *tous* les enfants, j'insiste sur le *tous* car j'ai eu l'impression d'assister au contraire d'une classe élitiste. Certains sont passionnés, d'autres simplement intéressés, tous participent et posent des questions. Comme chercheur et enseignant à l'Université je ne suis pas placé pour évaluer un niveau d'apprentissage d'une classe de CM1-2 mais je suis tout à fait confiant : d'un enfant qui découvre une loi de congruence (sans l'appeler ainsi bien sûr) sur la multiplication on peut penser qu'il a maîtrisé les opérations fondamentales sur les nombres, de ceux qui discutent et argumentent la loi on peut penser qu'ils sont en train d'acquérir cette maîtrise. Il me semble aussi que cette méthode obéit à la “règle pédagogique” que l'apprentissage devrait autant que possible être une découverte active.

En conclusion, je trouve cette expérience très enrichissante, j'ai une opinion positive sur ses résultats (en bref : “ça marche”), je souhaite qu'elle continue et continuer moi-même à y collaborer.