

Commentaires de Daniel Krob, chargé de recherches au CNRS,

Laboratoire d'Informatique de Rouen :

Les jumelages Maths-en-Jeans sur Rouen ont concerné deux lycées en 1991/92, le Lycée Corneille de Rouen et le Lycée Val de Seine de Petit-Quevilly. Ils se sont déroulés dans de bonnes conditions, malgré mon absence à partir de Janvier due à un séjour à Montréal jusqu'à fin Juin (j'ai néanmoins profité d'un retour en France pour animer l'un des deux séminaires que nous avons faits avec les jeunes chercheurs lycéens). Du point de vue des thèmes, les élèves ont finalement retenu :

— Etude d'Othello

— Etude du jeu de Nim

— Formules sommatoires

— Formule d'Euler pour les polyèdres

— Géométrie d'une ville américaine

Les deux premiers sujets sont des études de jeux bien connus. Les deux sujets suivants correspondent à des problèmes classiques. Le dernier sujet enfin est plus original.

Othello, qui est connu encore sous le nom de Reversi, est un grand classique. Le problème consistait à essayer de trouver une stratégie gagnante pour un Othello miniature, correspondant à un damier 4x4, ce qui semblait tout à fait à la portée des élèves. De fait, une telle stratégie fut trouvée par l'un des groupes. L'étude d'Othello a également conduit à voir un peu de notions de jeu sur un arbre et à comprendre quelques concepts élémentaires de théorie des jeux.

Le jeu de Nim, connu aussi sous le nom de jeu de Marienbad est un jeu totalement analysé (cf. Berge, Théorie des graphes, par exemple). Le choix de ce jeu venait de ce qu'il était raisonnable de penser que même si la stratégie générale n'était pas trouvée, l'on verrait apparaître des solutions partielles. En fait, les deux élèves qui ont travaillé sur ce sujet, m'ont beaucoup étonné car ils ont trouvé la solution générale, exprimée un peu maladroitement il est vrai.

La problématique du sujet "Formules sommatoires" était de réussir à trouver des formules closes pour exprimer les sommes des n

premières puissances p -ièmes des nombres :

$$\sum_{i=1}^n i^p$$

Il s'agit là d'un problème classique dont la solution fait intervenir les polynômes de Bernoulli. Là encore, les élèves ont réussi à obtenir des formules pour p quelconque en retrouvant la méthode taupinale classique pour résoudre ce problème. Leur démarche a été essentiellement heuristique dans un premier temps. J'ai trouvé assez étrange que la question de savoir justifier le fait que les formules sont toujours des polynômes d'ordre $p+1$ n'est pas apparue.

Pour le sujet "Formule d'Euler", le problème était de trouver une relation entre le nombre de sommets, d'arêtes et de faces d'un polyèdre donné (cf. l'excellent livre d'I. Lakatos, Preuves et réfutations). Le groupe qui a travaillé sur le sujet m'a beaucoup étonné car après une approche exemplaire pour dégager la formule sur des exemples, sans aucune aide, ils ont trouvé une preuve originale de la formule d'Euler pour les polyèdres convexes, que je ne connaissais pas. La preuve classique de Cauchy est basée sur la projection du polyèdre sur le plan de l'une de ses faces, puis sur un démontage de la triangulation qu'on obtient. Leur preuve est un peu basée sur la même idée, mais ne nécessite pas de triangulation plane. Elle consiste à décomposer le polyèdre en tétraèdres (en restant donc dans l'espace) et à les ôter l'un après l'autre pour faire une preuve par récurrence de la formule.

Le dernier problème concernait l'étude des plus courts chemins dans un graphe infini égal à $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ que l'on orientait dans le même sens pour tous les axes d'abscisse ou d'ordonnée paire et dans l'autre sens pour les autres axes. Les élèves ont réussi à obtenir des formules intéressantes et à faire sans le savoir un peu de topologie métrique !

Pour conclure ce petit texte, je dirais que Maths-en-Jeans a été vraiment très agréable pour moi et que certains groupes m'ont réellement surpris par leur capacité d'imagination.