

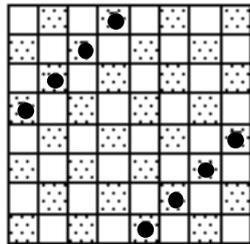
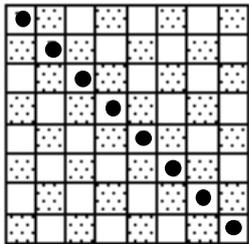
# les tours

par Nicolas Olmer (1°S),  
Hughes Benhamou (TC)  
14/02/90

Lycée Jean Racine, 20 rue du  
Rocher, 75008 Paris



Le problème que nous nous sommes proposé de résoudre est de placer un nombre maximum de Tours sur un échiquier de dimension 8 (c'est-à-dire de 8 cases de côté) sans prise mutuelle. Nous avons trouvé qu'il était possible de placer 8 Tours sur cet échiquier.



Le problème des Tours est en fait une simplification du problème des Dames. En effet, les déplacements des Tours correspondent à ceux des Dames moins les déplacements en diagonale.

Nous nous sommes ensuite demandé combien il y avait de façons différentes de placer ces Tours.

Pour répondre à cette question, il faut d'abord considérer qu'un échiquier est composé de lignes et de colonnes (lignes : horizontales ; colonnes : verticales). En considérant que deux Tours ne doivent jamais se trouver sur une même colonne, on peut assimiler le problème du placement des Tours à une bijection entre les lignes et les colonnes ; une bijection étant une application de C vers L telle que tout élément de L admette un antécédent unique dans C, C étant l'ensemble des colonnes et L celui des lignes.

Chaque Tour est alors considérée comme un point d'intersection entre une ligne et une colonne ; donc à une position globale des Tours correspond une bijection.

Combien existe-t-il de bijections différentes faisant correspondre chaque colonne à une ligne ?

Pour la 1<sup>ère</sup> colonne : 8 intersections possibles.  
Pour la 2<sup>ème</sup> colonne : 7 intersections possibles.  
etc ... donc le nombre de possibilités est :

$$8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 8!$$

Ainsi, le nombre de possibilités de placer des Tours sur un échiquier est  $8! = 40\,320$ . En généralisant le problème à un échiquier de n sur n cases, on obtiendra par le même raisonnement n! possibilités.

# les Dames

Nous nous sommes proposé de résoudre deux problèmes concernant les Dames. Tout d'abord, nous avons essayé de placer le nombre maximum de Dames sur un échiquier sans qu'elles se prennent entre elles. Nous avons trouvé que sur un échiquier de dimension 8, il était possible de placer 8 Dames.

Ensuite, nous avons essayé de trouver et de démontrer combien il y a de possibilités différentes de placer des Dames sur un échiquier de dimension 8 (nous savons qu'il existe 92 solutions).

